

# A travessia do deserto e as sucessões!

Ana Baltazar, Escola Secundária Maria Amália

A ideia surgiu quando tentei resolver um problema proposto na publicação «Jogos, Enigmas, Problemas» da Associação de Professores de Matemática. Apesar de não ter resistido a espreitar a solução — era um dia de pouca paciência — a pesquisa que efectuei sobre a própria solução revelou-se fértil...

Vejamos o que sucedeu...

### O Problema:

Um homem tem de atravessar um deserto para entregar uma mensagem. Atravessar o deserto demora 9 dias. Cada homem apenas consegue transportar consigo comida suficiente para 12 dias. No local onde será entregue a mensagem não existe hipótese de obter alimentos.

Há dois homens disponíveis para a missão. Poderá a mensagem ser entregue e ambos os homens regressarem ao ponto de partida sem que lhes falte a comida?

(Nota: Há possibilidade da comida ser enterrada na ida e desenterrada na volta.)

### Variante:

Qual poderá ser a extensão do deserto se houver 3 ou 4 ou 5... homens disponíveis?

### Solução do problema:

Os dois homens iniciam juntos a viagem levando «24 dias de comida». Ao terceiro dia um deles volta para trás, levando com ele «3 dias de comida» para o regresso. Portanto, contando com esse regresso, até ao 3.º dia estão gastos «9 dias de comida» (3 + 3 + 3). Ao viajante que prossegue a travessia, restam-lhe 6 + 6 + 3 dias de viagem. E restam-lhe «15 dias de comida». Esse homem enterra «3 dias de comida» antes de prosseguir e leva «12 dias de comida» — precisamente os necessários para os 12 dias que tem de caminhar até regressar ao ponto onde se encontra; precisamente o máximo que ele consegue transportar!

★

Suponhamos que queremos testar o mesmo problema para uma travessia mais longa... Tentemos, seguindo a resolução, equacionar o problema. Se admitirmos que o esquema seguido pelos homens é idêntico, o que precisamos encontrar (em cada caso) é o dia em que eles se separam — ou seja, o n.º de dias que eles viajam juntos

Sendo  $x = n$ .º de dias que os homens viajam juntos, o nosso problema traduz-se por:

$$24 - 4 \cdot x = 12$$

dias de comida que os dois homens podem transportar      dias de comida gastos até ao dia  $x$ , contando com os dois regressos      dias de comida que um homem pode transportar

Se, em vez de 2 homens, houver  $n$  homens disponíveis (cada um transportando 12 dias de comida):

$$12 \cdot n - 2 \cdot n \cdot x = 12$$

dias de comida que os  $n$  homens podem transportar      dias de comida gastos até ao dia  $x$ , contando com os  $n$  regressos.

Com esta equação, podemos «atacar» rapidamente a variante do problema.

Qual poderá ser a extensão do deserto, se houver 3 ou 4 ou 5... homens disponíveis?

Experimentemos...

$$\begin{aligned}
 n = 3 &\rightarrow x = 4 \text{ dias} \\
 n = 4 &\rightarrow x = 4,5 \text{ dias} \\
 n = 5 &\rightarrow x = 4,8 \text{ dias} \\
 n = 6 &\rightarrow x = 5 \text{ dias} \\
 &\text{etc...}
 \end{aligned}$$

Repare-se que a extensão do deserto em cada caso é:

$$x + 6 \text{ dias}$$

Portanto, com 6 homens consegue fazer-se a travessia de um deserto com  $5 + 6 = 11$  dias de «comprimento».

**Questão:** Quantos homens são precisos para se conseguir fazer o mesmo, num deserto que demore 12 dias a atravessar?

Continuemos a tentar...

$$\begin{aligned}
 n = 7 &\rightarrow x = 5,14 \text{ dias} \\
 n = 8 &\rightarrow x = 5,25 \text{ dias}
 \end{aligned}$$

(Precisamos que  $x$  tome o valor 6)

$$n = 15 \rightarrow x = 5,6 \text{ dias}$$

...

$$n = 200 \rightarrow x = 5,97 \text{ dias}$$

Ora bolas!... Nem duzentos homens!...

$$n = 1000 \rightarrow x = 5,994 \text{ dias}$$

$$n = 5000 \rightarrow x = 5,9988 \text{ dias} \quad ?!!$$

Imagine-se o desespero de um aluno que nunca ouviu falar em limites!

É que, reformulando a equação  $12.n - 2.n.x = 12$

obtem-se ...  $x = 6 - \frac{6}{n}$  sucessão cujo limite é 6.

A minha sugestão é que se apresente o problema inicial aos alunos, dando um certo tempo para o resolverem — dois dias, três dias, uma semana... Depois de alguns deles apresentarem a resolução, discuti-la na aula e tentar que eles cheguem à equação (1). Depois, através da variante do problema e da questão apresentada, conduzir os alunos ao conceito de limite de uma sucessão.

O problema pode ser apresentado a alunos sem qualquer conhecimento de sucessões e nesse caso é aproveitado para introduzir a ideia de sucessão... e depois a de limite!

N. da R. — A nossa colega Ana Baltazar tomou uma iniciativa excelente; não se satisfaz com o conhecimento da solução de um problema e resolveu reformular o seu enunciado, alargando-o para outros casos. O que propomos aos leitores de Educação e Matemática é continuar a exploração e travessia do deserto, ou seja, tentar responder às seguintes perguntas:

- valerá a pena mudar de estratégia, utilizando os carregadores de comida de modo diferente?
- existirá uma estratégia ótima?
- existirá uma lei que dê a possível extensão do deserto em função do número de acompanhantes?

## Publicações e Programas de Computador Envio pelo Correio

- as publicações e programas disponíveis são os que vêm anunciados neste número da revista, sob os títulos

- *Publicações APM*
- *Publicações e Programas Educacionais do Projecto Minerva, Núcleo da FCUL.*

- fotocopie e preencha uma ficha (ver abaixo; utilize mais do que uma ficha se for necessário; note que o envio de software tem porte fixo).
- no caso de Software, não deixe de indicar, além do título, a referência (51, 52, etc.) respectiva e a marca e modelo do computador em que vai utilizar os programas.

- envie a ficha, juntamente com um cheque ou vale postal em nome da Associação de Professores de Matemática e no valor total calculado, para

Paulo Abrantes  
Faculdade de Ciências  
Av. 24 de Julho, 134 - 4.º  
1300 Lisboa

- escreva a indicação «pedido de publicações» no sobrescrito.

### Publicações e Programas Educacionais do Projecto Minerva, Núcleo da FCUL

#### 1. Materiais de Formação

- *Actas do Seminário Sobre o Computador no Ensino: Relatório do 1.º Ano de Actividade do Projecto Minerva, Núcleo DEF-CUL* — Organizado por João Ponte  
 2.ª Edição, Fevereiro 1988: 112 pp.; preço: 300\$00
- *Vamos Trabalhar com a Folha de Cálculo* — Eduarda Fonseca  
 2.ª Edição, Junho 1987: 22 pp.; preço 100\$00
- *Sistemas Operativos para Microcomputadores* — João Ponte  
 1.ª Edição, Fevereiro 1987: 18 pp.; preço: 100\$00

- *LOGO Português: Manual de Utilização e Sugestões de Actividades* — João Filipe Matos e João Ponte  
 Versão 5, Fevereiro 1988: 110 pp.; preço 300\$00

- *Actas da Semana do LOGO, Portalegre 87* — Organizado por João Ponte

- 1.ª Edição, Abril 1987: 48 pp.; preço: 200\$00

- *A Música e o LOGO* — João Filipe Matos

- 1.ª Edição, Abril 1987: 24 pp.; preço: 100\$00

- *O Computador e o Trabalho de Projecto* — João Ponte

- 2.ª Edição, Fevereiro 1988: 32 pp.; preço: 150\$00

#### 2. Investigação

- *A Natureza do Ambiente de Aprendizagem Criado com a Utilização da Linguagem LOGO no Ensino Primário e as suas Implicações na construção do Conceito de Variável* — João Filipe Matos

- 1.ª Edição, Junho 1987: 219 pp.; preço: 500\$00

#### 3. Programas Educacionais

- *LOGO.GEOMETRIA* — Eduardo Veloso

- Versão 1.0, Setembro 1987; 1 diskette e manual de utilização com 55 pp. e cartão com os comandos principais, para IBM PC compatíveis com placa compatível CGA; preço: 1250\$00 (ref. 51, diskette 5¼; ref. 52, diskette 3½)

- *TRINCA-ESPINHAS* — João Ponte e Jaime Sacadura

- Março 1988; 1 diskette 5¼ e manual, para IBM PC compatíveis com placa compatível CGA; preço: 500\$00 (ref. 53)

- *ESTIMATEMP* — Paulo Abrantes e Jaime Sacadura

- Março 1988; 1 diskette 5¼ e manual, para IBM PC compatíveis com placa compatível CGA; preço: 500\$00 (ref. 54)

- *TRINCA-ESPINHAS e ESTIMATEMP*

- 1 diskette 3½ e dois manuais; preço: 800\$00 (ref. 55)

**Todos estes materiais podem ser pedidos pelo correio, utilizando a ficha da página 32.**