



O problema deste número

Sobre o problema anterior

O problema da revista número 43 foi "Dez bolas num saco":

*Num saco temos dez bolas, cada uma de sua cor, cada uma com seu número. Se alguém retirar **duas** bolas e nos disser a soma dos dois números, conseguimos sempre descobrir as cores das bolas.*

Qual é o menor conjunto de números naturais que devo usar para conseguir isto?

Chegaram-nos as respostas de Augusto Taveira (Faro), Carlos Moura (Évora), J. Carlos Frias (Lisboa), Jorge Filipe (Lisboa) e Romeu Vieira da Silva (Beja). Quer isto dizer que no Norte não se resolvem problemas? Temos a certeza que não (mas também gostávamos de ter as provas...).

Quase todas as resoluções tiveram o mesmo ponto de partida que a do Romeu, isto é, começar pelos naturais mais pequenos: 1, 2 e 3.

O 4 já não serve porque

$$4 + 1 = 2 + 3$$

Testa-se o 5 e vê-se que serve.

Depois rejeita-se o 6 e o 7 porque

$$6 + 1 = 2 + 5$$

$$7 + 1 = 5 + 3$$

Com o 8 já não há problemas, mas do 9 ao 12 nenhum serve:

$$9 + 1 = 2 + 8$$

$$10 + 1 = 8 + 3$$

$$11 + 2 = 5 + 8$$

$$12 + 1 = 5 + 8$$

Com o 13 tudo corre bem e neste momento os números são

1 2 3 5 8 13

Aqui surge a primeira surpresa: estes números são familiares a muitos matemáticos. Fazem parte da sucessão de Fibonacci, em que cada termo, a partir do terceiro, é igual à soma dos dois anteriores. Será que a próxima bola terá de ter o número 21, que é a soma de 8 com 13? Assim acontece, com efeito. Todos os números de 14 a 20 falham, mas o 21 serve.

Então o número seguinte deverá ser $21+13=34$. E os seguintes serão o 55 e o 89.

É o que quase toda a gente faz ao resolver este problema. Realmente, se os sete primeiros termos são os da sucessão de Fibonacci, porque não há de ser assim daí para a frente?

Mas a grande surpresa surge agora! Realmente, o número seguinte nas condições do problema é o 30 e não o 34. E depois vêm o 39 e o 53. Foi o que o Romeu Vieira da Silva, mais desconfiado que a maioria dos mortais, descobriu.

A solução é portanto

1 2 3 5 8 13 21 30 39 53

E como será daqui para a frente? Existirá alguma regra que permita descobrir os números seguintes sem ter de testar todos eles? Se algum leitor quiser tentar descobrir essa regra, posso dizer que se o saco tivesse doze bolas, as duas seguintes teriam os números 67 e 88.

José Paulo Viana
Esc. Sec. Vergílio Ferreira
Lisboa

Problema proposto

O número de telefone do Luís

O Luís mudou de casa e deu-me a sua nova morada.

– Quanto ao número de telefone, vais ter de o descobrir – disse-me ele. – É um número de cinco algarismos e, curiosamente, é divisível por 7, por 8 e por 9.

Não foi preciso pensar muito para concluir que só com essas indicações não ia lá.

– Tens toda a razão. – concordou o Luís – Mas vê lá tu que os dois primeiros algarismos, os da esquerda, coincidem com o número da minha porta.

Não precisei de mais nada. Um minuto depois já sabia o número e apontei-o na minha agenda.

Qual é o número do telefone do Luís?

(Respostas até 5 de Janeiro)