# Para este número seleccionámos

## Fazendo conexões com a multiplicação de dois algarismos[1]

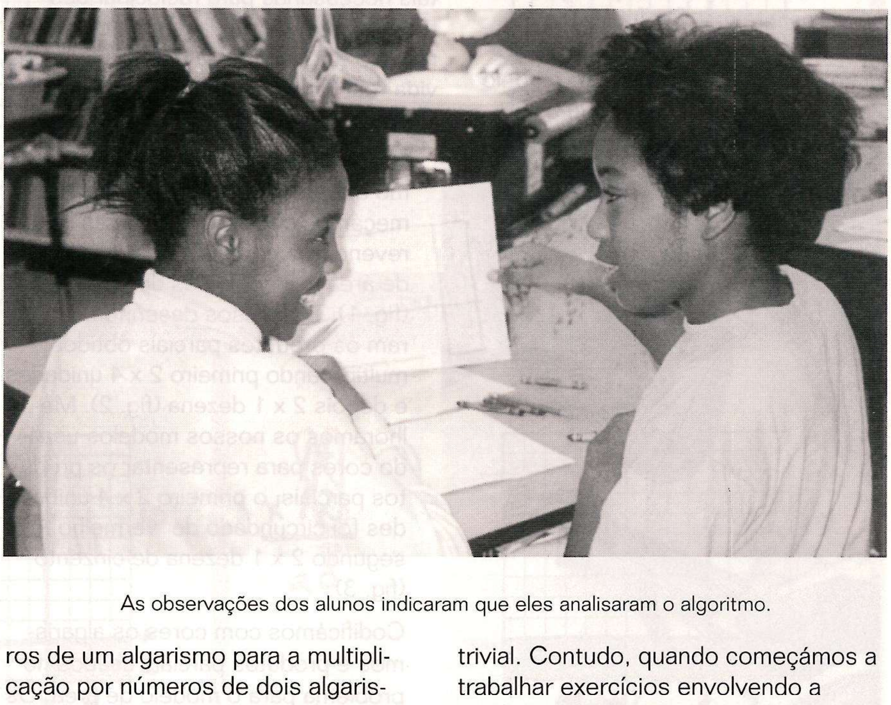
*Gail R. Englert e Rose Sinicrope*

*O artigo que a seguir se publica foca-se no processo de aprendizagem do algoritmo da multiplicação por alunos do 1º ciclo do ensino básico. As autoras constataram frequentes dificuldades na transição da aprendizagem da multiplicação de números com um algarismo para a multiplicação de números com dois algarismos. Mais do que a utilização de estratégias que se baseavam no valor de posição, os alunos criavam, muitas vezes, algoritmos sem significado, tudo levando a crer que não atribuiam sentido aos procedimentos efectuados. Como uma forma de ultrapassar este obstáculo surge a ideia de recorrer a materiais manipuláveis e a representações concretas antes da introdução do algoritmo abstracto da multiplicação. É neste contexto que as autoras propõem aos alunos a resolução de tarefas diversificadas onde as representações icónicas se entrelaçam com as simbólicas e em que as conexões entre as diferentes operações aritméticas e entre o número e a geometria tornam a multiplicação mais significativa para os alunos, sendo capazes de atribuir sentido ao algoritmo da multiplicação.*

*Uma das autoras, Gail Englert, é professora do 4º ano de escolaridade em Meadowbrook Elementary School nos Estados Unidos e está, especialmente, preocupada em ajudar os alunos a tornarem-se bons resolvedores de problemas. Rose Sinicrope, a outra autora, ensina em East Carolina University e interessa-se pelo desenvolvimento conceptual, em crianças, do conceito de número e operações.*

O currículo de Matemática na Norfolk Public Schools está organizado em espiral, com conceitos de 12 orientações básicas continuamente revistos e desenvolvidos. Dá-se ênfase à ligação de novas ideias com os conceitos previamente estudados, e à utilização de modelos e materiais manipuláveis para compreender as operações subjacentes.

Este currículo forneceu uma boa base para o meu ensino da Matemática. À medida que o ano lectivo avançava, os meus alunos do 4º ano eram capazes de fazer estimativas razoáveis antes de resolverem problemas. Eles conseguem, com segurança, demonstrar soluções, usando os blocos de Dienes e modelos de área desenhados no papel para problemas de multiplicação envolvendo números de dois e três algarismos por números de um algarismo.



As observações dos alunos indicaram que eles analisaram o algoritmo.

A transição da multiplicação de números de um algarismo para a multiplicação por números de dois algarismos é muitas vezes assumida como trivial. Contudo, quando começámos a trabalhar exercícios envolvendo a multiplicação de números de dois

1 Artigo traduzido da revista *Arithmetic Teacher*, vol. 41, nº 8, Abril 1994, com autorização da *Association of Teachers of Mathematics*. As características técnicas da revista *Educação e Matemática* impedem-nos de publicar esta tradução com as cores do original. Assim, as cores vermelho, cinzento, rosa e preto, que aparecem nas figuras deste texto correspondem, no artigo original, respectivamente a vermelho, azul, verde e roxo.

algarismos os alunos ficaram muitas vezes confusos. Mais do que usarem estratégias baseadas na compreensão do valor de posição, eles criavam algoritmos sem sentido.

Tendo observado esta falta de ligação no currículo em anos anteriores, acreditei que poderíamos ultrapassar este obstáculo, desenvolvendo uma base sólida através da utilização de representações concretas antes de nos movermos para o algoritmo abstracto. Esta crença é apoiada em Kennedy (1986, p. 6) que defende o uso de materiais manipuláveis: "Os alunos que observam e manipulam uma variedade de objectos, têm imagens mentais mais claras e podem representar de forma mais completa ideias abstractas". Contudo Heddens (1986, p. 14) adverte que "a simples utilização de materiais manipuláveis... não é suficiente; os professores devem guiar as crianças para desenvolverem capacidades de pensamento". Para ensinar a multiplicação de números inteiros, Shultz (1991) recomenda a utilização de um modelo de área. A utilização deste modelo semi-concreto possibilita que os

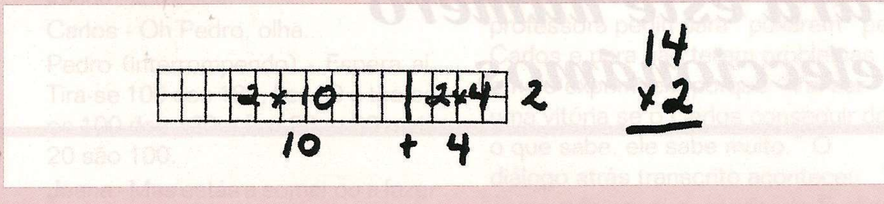



Fig. 1. Arranjo rectangular representativo da multiplicação.

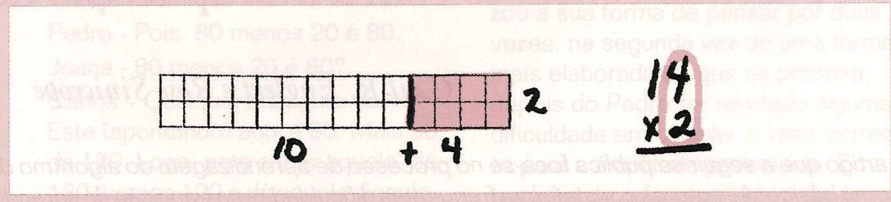



Fig. 2. Multiplicação do algarismo das unidades.

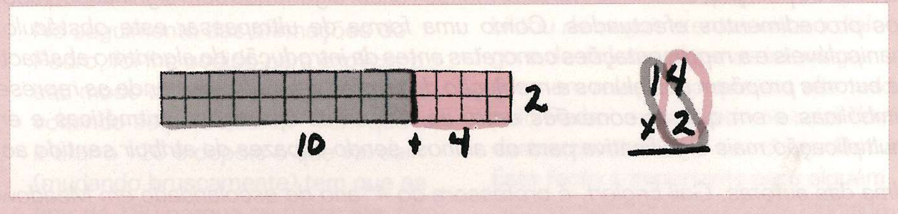
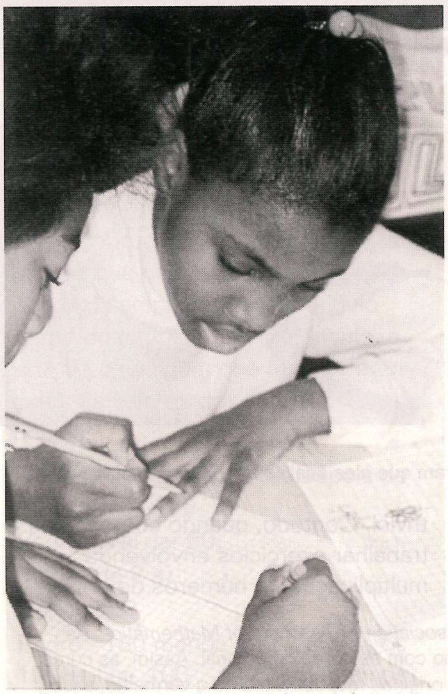



Fig. 3. Multiplicação do algarismo das dezenas.



Com prática, os alunos puderam abstrair.

alunos desenvolvam as imagens mentais necessárias para raciocinar abstractamente. Outra vantagem deste modelo é a frequência de aplicações na vida real (Shultz, 1991).

Os meus estudantes precisaram de representações concretas do algoritmo que estávamos a aprender. Começámos por ocupar algumas aulas revendo os nossos modelos gráficos de área de problemas do tipo 2 x 14 (fig. 1). Os nossos desenhos mostraram os produtos parciais obtidos multiplicando primeiro 2 x 4 unidades e depois 2 x 1 dezena (fig. 2). Melhorámos os nossos modelos usando cores para representar os produtos parciais; o primeiro 2 x 4 unidades foi circundado de vermelho e o segundo 2 x 1 dezena de cinzento (fig. 3).

Codificámos com cores os algarismos e produtos parciais usados no problema para o modelo de área. Os nossos produtos parciais, 8 e 20 podem ser adiccionados para determinar a solução. Os alunos recordaram que a área do rectângulo representava o produto e que podiam fazer estimativas usando este conceito. Praticámos este método com vários pares de números mais, e recordámos como poderíamos adicionar os produtos parciais para ficar com a resposta numa forma simplificada.

Com a revisão feita, investigámos problemas que envolviam multiplicadores de dois algarismos. Desenhámos a área rectangular para representar o problema 12 x 14, em papel quadriculado. Os alunos notaram que esta forma rectangular estava muito parecida com a forma de um quadrado e que tinha o mesmo comprimento que no primeiro problema 2 x 14. Subdividimos a área rectangular maior para mostrar o valor de posição de 12 (fig. 4). Ao considerarem o outro lado, 14, os alunos decidiram-se pela partição da área rectangular para mostrar 10 + 4 (fig. 5).

A área rectangular maior foi então subdividida em quatro áreas menores. Começamos com a área rectangular de baixo e à direita, 2 x 4 unidades, que colorimos de vermelho. Os alunos localizaram os algarismos correspondentes ao diagrama e notaram que ambos os algarismos estavam na posição das unidades. Registámos o produto parcial e continuámos (fig. 6). O nosso próximo passo foi a utilização do rectângulo situado em baixo e à esquerda, 2 x 1 dezena. Colorimos esta área de cinzento e localizámos os algarismos necessários para o problema (fig. 7). Um aluno muito observador referiu que tínhamos obtido este produto quando resolvemos 2 x 14.

Estudámos o problema e reparámos que ainda não tínhamos utilizado o algarismo das dezenas no multiplicador 12. Um erro comum que os estudantes costumam fazer nesta fase é multiplicar os algarismos das dezenas e omitir os passos intermédios. Olhando para o nosso diagrama pudemos observar que foram deixadas das duas áreas antes do processo ter sido concluído. Os alunos verificaram que teríamos de utilizar duas vezes o algarismo das dezenas em 12, tal como tínhamos utilizado o algarismo das unidades duas vezes. Localizámos 1 dezena x 4 unidades, pintámos de rosa e registámos o produto (fig. 8). Somente a região rectangular maior, 1 dezena x 1 dezena foi deixada. Pintámos esta região de preto e registámos a nossa resposta (fig. 9). Tínhamos encontrado a solução para 12 x 14 escrita como quatro produtos parciais 8 + 20 + 40 + 100.

Ao resolvermos mais alguns problemas de maior dificuldade, as observações dos estudantes indicaram que estavam a analisar o algoritmo. Um aluno afirmou: "Nós fazemos sempre o rectângulo maior em último lugar". Outro aluno observou que o rectângulo maior tinha sempre uma área nas centenas. Muitos alunos fizeram comentários sobre os tamanhos respectivos das quatro regiões rectangulares e sobre o padrão de passos que foi usado para chegar ao produto final. Como eles iam ficando cada vez mais excitados com as suas descobertas, simulei duvidar dos seus resultados. A minha necessidade de verificação encorajou os alunos a defender as suas afirmações através de mais ligações entre os seus desenhos, as relações dos produtos parciais que registaram e a estrutura da representação abstracta da multiplicação.

Depois de quatro sessões (aproximadamente) estávamos prontos para começar a modificar o nosso sistema de registos para mostrar só dois produtos parciais. Com prática adicional a turma abandonou o diagrama concreto e concentrou-se somente na representação abstracta.

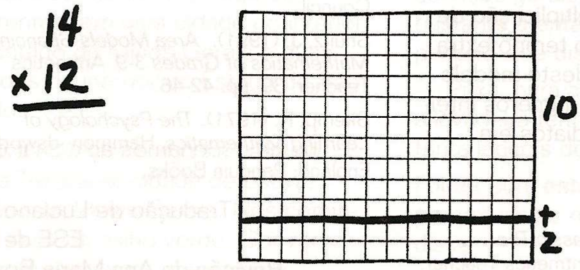



Fig. 4: Partição do 1º factor.

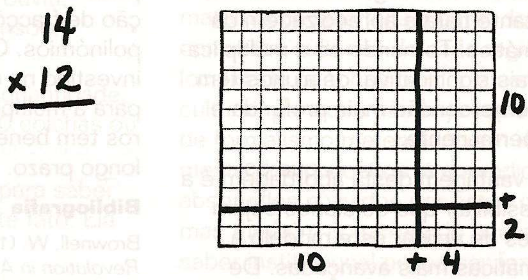



Fig. 5: Partição do 2º factor.

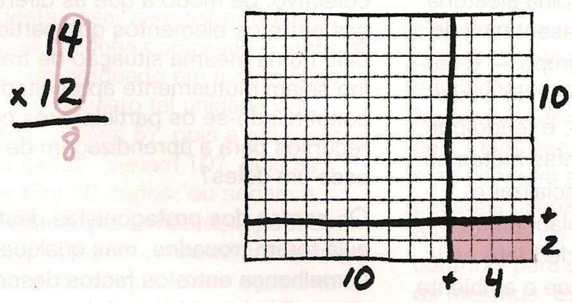



Fig. 6: Primeira multiplicação do algarismo das unidades

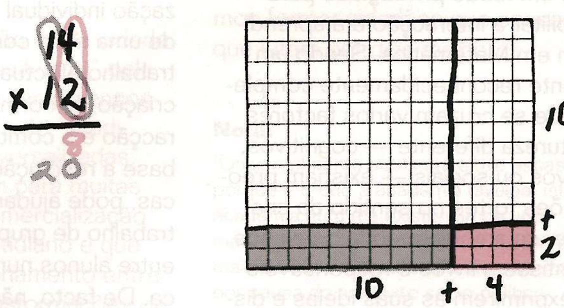



Fig. 7. Primeira multiplicação do algaris

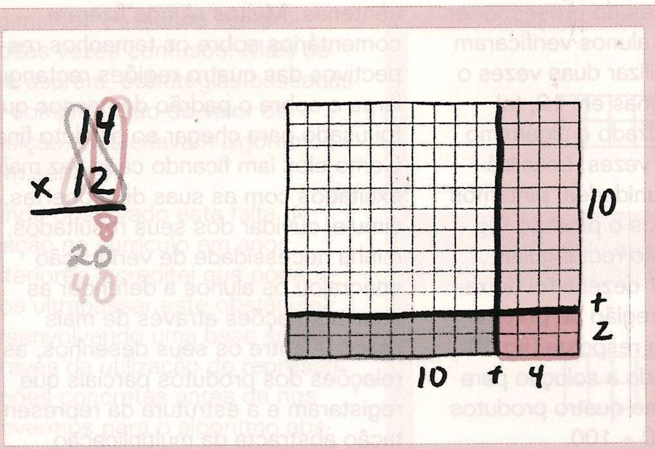



Fig.8. Segunda multiplicação do algarismo das unidades.

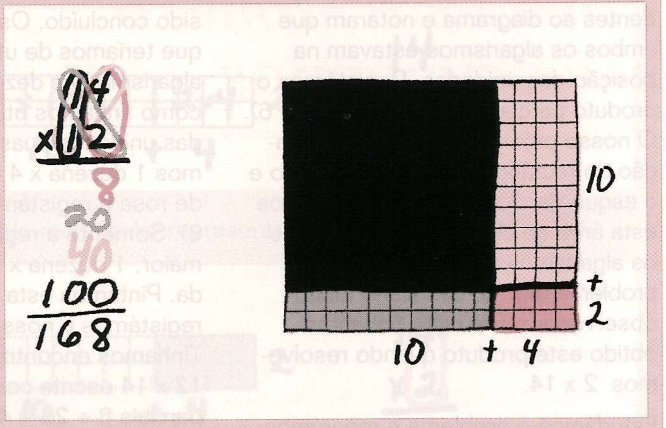



Fig.9. Segunda multiplicação do algarismo das dezenas.

Embora o tempo dispendido no desenvolvimento do algoritmo da multiplicação usando esta abordagem visual seja maior do que o tempo exigido por uma abordagem mais tradicional, menos tempo é necessário para rever e ensinar de novo. Os estudantes são capazes de atribuir significado ao algoritmo da multiplicação. Brownell (1986) realça que esta significativa abordagem de ensino é importante para a aprendizagem da Matemática. Tornando-se a multiplicação mais significativa, os alunos têm uma compreensão mais profunda e mais permanente.

Outra vantagem desta abordagem é a de possibilitar que os alunos sejam capazes de aplicar este modelo a matemáticas mais avançadas. De acordo com Skemp (1971) a utilização de modelos e de materiais manipuláveis é necessária para que as crianças abstraiam conceitos em estruturas matemáticas apropriadas; estas estruturas permitem que eles aprendam mais Matemática e que resolvam problemas. Usando um modelo de área para a multiplicação de números inteiros, os alunos têm uma estrutura para a multiplicação que pode tornar significativa a multiplicação de fracções e a multiplicação de polinómios. Como tal, o tempo extra investido na utilização deste modelo para a multiplicação de números inteiros tem benefícios imediatos e a longo prazo.

**Bibliografia**

Brownell, W. (1986). *AT Classic:The Revolution in Aritmetics.* Aritmetics Teacher, 34, pp. 38-42.

Heddens, J. (1986). *Bridging the Gap between the Concrete and the Abstract.* Aritmetic Teacher, 33, pp. 14-17.

Kennedy, L. (1986). *A Rationale.* Aritmetic Teacher, 33, pp. 6-7.

May, L. (1991). *Developing Multiplication Concepts.* Teaching PreK-8 22 , pp.16-17.

Moser, J (1986). *Curricular Issues.* Aritmetic Teacher, 33, pp. 8-10.

National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics.* Reston, Va.: The Council.

Shultz, J. (1991). *Area Models-Spanning the Mathematics of Grades 3-9.* Aritmetics Teacher, 39, pp. 42-46.

Skemp, R. (1971). *The Psychology of Learning Mathematics.* Hammon--dsworth, England: Penguin Books.

Tradução de Luciano Veia
ESE de Faro
Revisão de Ana Maria Boavida
ESE de Setúbal

## Uma aula na vida do 5ºN

(continuação da pág. 38)

como um modo privilegiado para possibilitar a interacção e a aprendizagem em Matemática. Sendo um ambiente reconhecidamente complexo, onde se cruzam vários factores de natureza diferente — cognitivos, afectivos ou sociais — existiam preocupações fortes no sentido da criação de um ambiente onde os alunos se sentissem livres e responsáveis para exprimirem as suas ideias e discutirem as dos outros. O cuidado colocado na formação dos grupos, nas tarefas apresentadas —suficientemente complexas para permitirem a possibilidade de discussão mas não demasiado difíceis para evitar a existência de bloqueios — na responsabilização individual — a recolha aleatória de uma ficha como representativa do trabalho efectuado em grupo — e na criação de normas valorizando a interacção e a comunicação, e tendo por base a resolução de tarefas matemáticas, pode ajudar a potencializar o trabalho de grupo e a colaboração entre alunos numa aula de Matemática. De facto, não será que o ambiente de uma aula é caracterizado por ser eminentemente social? E não será que os avanços em ciências matemáticas, ou as novas aprendizagens que os alunos fazem na Matemática escolar, têm de passar não só pelo trabalho individual, mas também pelo trabalho colectivo, de modo a que as diferenças entre os elementos que participam numa mesma situação de trabalho sejam mutuamente aproveitadas, constituindo-se os participantes como recursos para a aprendizagem de cada um deles?

Os nomes dos protagonistas desta aula foram trocados, mas qualquer semelhança entre os factos descritos e a realidade está longe de ser uma mera coincidência.

Fernando Nunes
Escola EB 2,3 Marquesa de Alorna