

As notações em geometria

Eduardo Veloso

As notações utilizadas em geometria, sobretudo depois da Matemática Moderna, não contribuem para tornar agradável o estudo da geometria. Muito pelo contrário, como são em geral acompanhadas de uma certa tendência para o formalismo, o qual parece ser o pecado original do ensino da geometria, têm sido um obstáculo — embora não o principal, certamente — para a sua revitalização que, embora promovida pelos actuais programas, está ainda longe de concretização.

Devemos ter coragem de estudar este problema e adoptar medidas que conduzam à simplificação, na medida do possível, das notações actuais. A linguagem matemática, e em particular o sistema de notações, num determinado domínio, como por exemplo na geometria, deve caracteri-

zar-se pela clareza e fuga à ambiguidade. Ao mesmo tempo, uma notação deve ser sugestiva do que pretende representar. No entanto, como professores, devemos lutar para que estas condições não nos conduzam a uma linguagem ou notações rebuscadas.

Aqui apenas se pretende levantar a questão e fazer uma primeira apresentação do problema, esperando que outros leitores da revista intervenham com as suas ideias e sugestões. Este assunto foi já objecto de uma primeira discussão no Grupo de Trabalho de Geometria da APM, e de certo modo este texto já reflecte essa discussão, mas entendeu-se que seria interessante alargar o debate e registar a opinião de outros professores.

A notação geral para os pontos e para as linhas rectas e curvas parece ser o

único aspecto que recolhe a unanimidade das opiniões — os pontos são representados por maiúsculas e as linhas (rectas, circunferências, outras linhas curvas, etc.) por minúsculas. A divergência reside apenas no facto de alguns escreverem sempre em itálico os símbolos dos pontos e das linhas, e outros não se preocuparem com isso. Julgamos que se devia adoptar o uso do itálico, para evitar escrever a recta *a* e a circunferência *e* e ficar tudo muito mais claro. Embora não seja tão necessário, devíamos estender a convenção para os pontos, escrevendo ponto *D*, ponto *O*, e assim por diante.

Quanto passamos às rectas, segmentos, segmentos orientados, semi-rectas, comprimentos de segmentos,

Objectos	I	II	III	IV	V	VI
recta (definida pelos pontos <i>A</i> e <i>B</i>)	<i>AB</i>	<i>AB</i>	\overleftrightarrow{AB}	\overleftrightarrow{AB}	(<i>AB</i>)	<i>AB</i>
segmento (definida pelos pontos <i>A</i> e <i>B</i>)	<i>AB</i>	<i>AB</i>	<i>AB</i>	<i>AB</i>	[<i>AB</i>]	[<i>AB</i>]
comprimento do segmento (def. por <i>A</i> e <i>B</i>)	—	<i>AB</i>	<i>AB</i>	<i>AB</i>	<i>AB</i>	<i>AB</i>
semirecta (origem <i>A</i> , contendo <i>B</i>)	—	\overrightarrow{AB}	\overrightarrow{AB}	\overrightarrow{AB}	[<i>AB</i>)	\overrightarrow{AB}
segmento orientado (origem <i>A</i> , extremidade <i>B</i>)	\overrightarrow{AB}	[<i>A</i> , <i>B</i>]	—	\overrightarrow{AB}	\overrightarrow{AB}	[<i>A</i> , <i>B</i>]
ângulo (definido pelos pontos <i>A</i> , <i>O</i> e <i>B</i>)	ângulo <i>AOB</i>	\widehat{AOB}	$\angle AOB$	$\angle AOB$	\widehat{AOB}	—
ângulo orientado (de <i>OA</i> para <i>OB</i>)	—	\widehat{OAB}	—	—	(<i>u</i> , <i>v</i>)	—
amplitude do ângulo <i>AOB</i>	—	—	$m(\angle AOB)$	$m \angle AOB$	—	\widehat{AOB}
triângulo definido pelos pontos <i>A</i> , <i>B</i> e <i>C</i>	—	[<i>ABC</i>]	$\triangle ABC$	$\triangle ABC$	—	$\Delta[ABC]$
polígono definido pelos pontos ...	<i>ABCD</i>	[<i>ABCD</i>]	$\square ABCD$	<i>ABCD</i>	<i>ABCD</i>	[<i>ABCD</i>]

etc., começa a diversidade. No quadro da página anterior estão indicadas as notações, correspondentes a diversas fontes, para alguns dos objectos mais usuais da geometria. As fontes são as seguintes:

I - J. Sebastião e Silva, *Geometria analítica plana*, ed. Porto Editora (sem data)

II - J. Sebastião e Silva, *Compêndio de Matemática*, 3° vol., ano propedéutico, ed. Min. da Educação Nacional, 1978.

III - J. A. Franco de Oliveira, *Geometria Euclidiana*, ed. Universidade Aberta, 1995.

IV - Arthur Coxford, Zalman Usiskin e Daniel Hirshhorn, *Geometry*, do University of Chicago School Mathematics Project, ed. Scott, Foresman and Company, 1991.

V - Daniel Fredon et al, *Mathématiques 2ème*, ed. Armand Colin, 1990.

VI - Yolanda Lima e Francelino Gomes, *XEQMAT*, Ed. O Livro, 1992.

A escolha foi baseada nos seguintes aspectos:

- Os dois livros de Sebastião e Silva foram escolhido por razões óbvias, entre as quais o facto de poder ser observada a evolução entre "antes da Matemática Moderna" e "no período de introdução da Matemática Moderna". No entanto, é possível que algumas notações, na *Geometria Analítica*, fossem difíceis de utilizar na edição, claramente feita com poucos meios, da Porto Editora.
- O livro da Universidade Aberta foi escolhido devido à reconhecida influência do seu autor no panorama actual da geometria e do seu ensino em Portugal e pelo facto de ser uma obra muito recente.
- Era importante incluir um livro anglo-saxónico, em particular americano, e a fama do projecto que deu origem a este livro e a importância dos autores justificava esta escolha.
- Os manuais franceses alinham todos pelo mesmo diapasão e qualquer um poderia ter servido.

- As notações dos manuais escolares portugueses actuais não divergem muito e aproximam-se das francesas. Apresentamos as notações de Yolanda Lima e Francelino Gomes porque, tendo sido os autores dos programas do secundário, representam por assim dizer a versão "oficial" da última reforma.

Algumas ideias para iniciar a discussão:

1. Devemos escrever "o triângulo ABC ", ou "o triângulo $\triangle ABC$ ", ou "o triângulo $[ABC]$ " ou "o triângulo $\Delta[ABC]$ "? Qual o inconveniente de utilizar a expressão mais simples? Quando escrevemos "o triângulo ABC " não existe aí qualquer ambiguidade! É evidente que nos estamos a referir ao triângulo definido pelos três pontos A , B e C . Porque razão não adoptar a regra de que, no texto corrido — já veremos a necessidade de outro tipo de notação para os textos mais formais — se devem sempre utilizar as expressões mais simples, desde que se torne não ambíguo o objecto a que nos estamos a referir. Assim, deveríamos por exemplo escrever:

- "a recta AB ", "o segmento AB ", "a semirecta AB ", com os significados óbvios que todos lhes atribuímos. Apenas um "espírito retorcido" pensa que a origem da semirecta AB é o ponto B !
 - "o triângulo ABC ", "o plano ABC ", "o quadrilátero $ABCD$ ", "o quadrado $ABCD$ ", "o octaedro $ABCDEF$ ".
 - "o ângulo AOB ", "o ângulo orientado AOB ", subentendendo-se que o vértice do ângulo é o ponto O e que, no ângulo orientado, a orientação positiva é da semirecta OA para a semirecta OB .
2. Por vezes, uma escrita mais formal é necessária. Por exemplo, não tem sentido estarmos a escrever "o comprimento do segmento AB é igual a 3" e não usar a expressão mais simples $\overline{AB} = 3$. Manteríamos portanto a notação habitual \overline{AB} para comprimento do segmento AB .
3. Existe outra razão que nos obriga a

ter notações mais formais para os objectos geométricos, que é o facto de por vezes termos que escrever expressões que se tornariam ambíguas sem essas notações. Por exemplo, se o símbolo \cong significa "congruente", qual o significado da expressão $ABC \cong DEF$? Serão ABC e DEF triângulos ou ângulos? Tere-mos portanto, para evitar escrever tudo por extenso — e voltar à Idade Média... — que encontrar notações que desfaçam este tipo de ambiguidades. E, por exemplo, escrever $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ou $\angle ABC \cong \angle DEF$.

4. Assim, é inevitável termos dois conjuntos de notações, uma simplificada para a escrita corrente, outra mais específica para a escrita mais formal. Se as notações simplificadas não são difíceis de encontrar, as designações mais formais exigem por vezes opções difíceis e muito bom senso. É aqui que esperamos que os leitores de *Educação e Matemática* apresentem as suas sugestões e opiniões. Sugerimos dois critérios gerais nesta tarefa de simplificar as notações em geometria:

- Manter, na medida do razoável, as notações a que estamos habituados, para facilitar a transição; no entanto, eliminar a proliferação de parêntesis rectos, usando-os apenas quando necessário. Por exemplo, não escrever $\Delta[ABC]$ mas sim $\triangle ABC$.
- Mesmo correndo o perigo de tornar a escrita "menos simbólica", mantê-la o mais clara possível. Por exemplo, no caso da amplitude dos ângulos, a notação habitual entre nós é $A\hat{O}B$, com o significado de amplitude do ângulo AOB . É uma notação completamente arbitrária, que não sugere nada do que quer significar. Os autores americanos — e Franco de Oliveira — escrevem $m\angle AOB$ ou $m(\angle AOB)$. A letra m vem de *measure* ou *medida*. Se queremos utilizar a palavra *amplitude* para medida do ângulo, porque não escrever *ampl.* $\angle AOB$?

Eduardo Veloso
Grupo de Trabalho de Geometria
da APM