O problema deste número

Sobre o problema anterior

O curto espaço de tempo entre as saídas dos números 39 e 40 de "Educação e Matemática" obriga a incluir agora as respostas as dois poblemas propostos.

O problema da revista 39 foi "Os Ângulos Pitagóricos":

Podemos dizer que os ângulos A, B e C de um triângulo são "pitagóricos" se medirem um número inteiro de graus e se $A^2 + B^2 = C^2$.

Existe algum triângulo cujos ângulos sejam pitagóricos?

Se sim, quantos tipos diferentes destes triângulos existem?

Chegaram seis respostas, enviadas por Augusto Taveira (Faro), Fernando Dias (Odemira), Helena Rocha (Lisboa), Mª João Lagarto (Monte da Caparica), Paulo Correia (Évora) e Romeu Vieira da Silva (Beja).

A resolução mais simples foi a do Fernando Dias. Os números procurados A, B e C formam um terno pitagórico. Como são a medida dos ângulos de um triângulo, a sua soma é 180. Basta procurar os ternos pitagóricos primitivos cuja soma seja um divisor de 180.

Consultando um livro com a lista dos ternos pitagóricos encontramos os seguintes com soma não superior a 180:

(3,4,5)	soma 12	(x15)
(5,12,13)	soma 30	(x6)
(8,15,17)	soma 40	
(7,24,25)	soma 56	
(9,40,41)	soma 90	(x2)
(11,60,61)	soma 132	
(12,35,37)	soma 84	
(16,63,65)	soma 144	
(20,21,29)	soma 70	
(28,45,53)	soma 126	
(33,56,65)	soma 154	
(48,55,73)	soma 176	

Só há três soluções, que se obtêm multiplicando cada terno indicado pelo número correspondente:

45°, 60° e 75°

30°, 72° e 78°

18°, 80° e 82°

É possível resolver o problema, de forma mais analítica, sem consultar a tabela de ternos pitagóricos. Também se chega lá com a ajuda de pequenos programas e de uma calculadora ou computador: a Helena Rocha usou uma TI-82 e o Paulo Correia um programa em Pascal.

Levando a investigação mais longe, podem descobrir-se mais aspectos curiosos.

Se aceitarmos soluções com dízima finita, encontramos mais três soluções:

11,25° - 84° - 84,75°

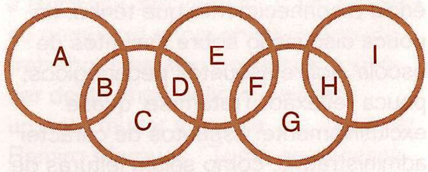
50,4° - 55° - 74,6°

36° - 67,5° - 76,5°

Existe uma infinidade de soluções irracionais. Neste caso, o valor mínimo para o ângulo intermédio é aproximadamente 52,72°.

Na revista 40, o problema proposto foi o "Puzzle Olímpico":

Os anéis olímpicos dividem o plano em nove regiões fechadas, assinaladas na figura por letras.



Substituir as letras pelos números de 1 a 9, sem repetição, de tal modo que a soma ***S*** *dos números dentro de cada um dos anéis seja sempre a mesma.*

Existem muitas soluções. Podemos então ir um pouco mais longe:

- Qual é a solução em que a soma S é mínima?

(continua na página 30)

Problema proposto

A formiga no cubo

Uma formiga está no centro de uma face de um cubo que tem 10 centímetros de aresta. A certa altura decide mudar-se para o centro de outra face, passando por todas as outras faces. Contudo, a formiga tem receio dos vértices e por isso nunca passa a menos de um centímetro deles.

Qual é o trajecto mais curto que a formiga consegue fazer?

analisando simultaneamente as idades poss'veis para os dois filhos mais novos.

A Ana Esteves, a Cláudia Santos e a Cristina Ramos apresentaram a solu≠‹o mais bonita, com os doze filhos em papel recortado.

A resolução do Alberto Teixeira era em forma de investigação policial, incluindo os comentários do detective. A Ilda Rafael começa por dar nomes invulgares aos doze filhos do Alberto. A Margarida Graça afirma que "falar na calculadora, para além de dar um ar moderno ao problema, serve para despistar alguns mais ingénuos que, como eu, pegam logo na máquina". Finalmente, o conselho da Cilene Lindinho e da Anabela Lemos: "Alguém tem de dar urgentemente ao Alberto uma caixa de preservativos ou inscrev◊-lo num curso de forma≠‹o cont'nua sobre planeamento familiar".

José Paulo Viana
E. S. Vergílio Ferreira, Lisboa

PRÉMIOS

1º Maria Paula Félix Ferreira, calculadora gráfica TI-92

2º António Miguel da Mata, calculadora gráfica CFX-9850G

3º Sérgio Valente, calculadora gráfica TI-80

4º Eneida Campanhã, Eduarda Santos e Francisca Sousa, jogo Abalone

5º José Manuel Duarte, jogo Rummix

6º Augusto Taveira, jogo Quads

7º Cilene Lindinho e Anabela Lemos, livro "Desafios 5"

Os prémios foram oferecidos pela Texas Instruments, pela Beltrão Coelho (Casio), pela Ludomania e pelas Edições Afrontamento.

Os concorrentes devem contactar com a sede da APM a fim de os receberem.

Concorrentes individuais:

Alberto Teixeira, Ana Cristina Martins, Ana Cristina Pereira, Ana Luísa Correia, Ana Teresa Veiga, António Bernardes, António Guerreiro, António Mata, Augusto Taveira, Carlos Manuel Grosso, Cecília Lourenço, Célia Carapuço, Conceição Valente, Cristina Piedade, Eduarda Moura, Fátima Coelho, Fausto Silva, Fernando Sobral, Idália Pesquita, Ilda Rafael, Isabel Barral, Isabel Brandão, Isabel Marques, Isabel Monteiro Silva, Isabel Ramada, Isabel Rosas, Isabel Viana, João Francisco Branco, José M. Duarte, Lurdes Solústio, Margarida M. da Graça, Margarida Pinto, Mª João Peres, Mª José Santos, Paula Ferreira, Paulo Saraiva, Sérgio Macias Marques, Sérgio Valente, Silvéria Sabugueiro, Sylvie Marques, Vidal Minga.

Concorrentes colectivos:

Albino Pereira e Sandra Moreira
Ana Cristina Esteves, Cláudia Santos e Cristina Ramos
Cecília Costa e Luisa Pinto
Cilene Lindinho e Anabela Lemos
Eneida Campanhã, Eduarda Santos e Francisca Sousa
Fátima Pedro e Florinda Costa
Fátima Barroso e Ilda Lopes
Jacinto Salgueiro e Luis Miguel Ferreira.

O problema deste número

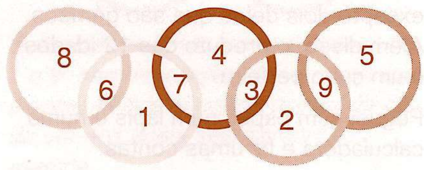
(continuação da pág. 28)

• Qual é a solução em que a soma S é máxima?

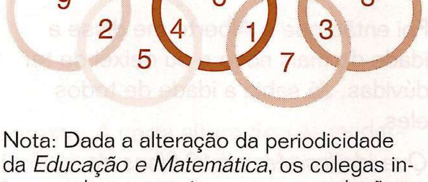
Chegaram apenas três respostas, todas do Alentejo: do Paulo Correia (a quem quase poderemos atribuir o título de "respondedor oficial"), do José Francisco Códices (Évora) e do Romeu Vieira da Silva (Beja). Como habitualmente, o Paulo chegou à solução com o apoio do computador. A vantagem de ter seguido este método foi ter encontrado todas as soluções possíveis, que afinal não são muitas, como se afirmava no enunciado, mas apenas quatro: uma com soma 11, duas com 13 e uma com 14.

O Romeu "beneficiou" primeiro da ajuda de Fernando Nifrário e depois fez um prgrama em Turbo Pascal.

O José Francisco mostra que para a soma ser 15, os quatro maiores números têm de ficar nas pontas. Mas se fizermos, por exemplo A=6, B=9, H=8 e I=7, não é possível colocar os outros números. Logo, a soma 15 é impossível. O máximo é 14, como se pode ver na figura.



Para a soma mínima, se quisermos que ela seja 10, os dois maiores números têm de ficar nos extremos: A=9 e I=8. Verifica-se depois que não se consegue mantê-la para os anéis intermédios. Então a soma mínima é 11.



Nota: Dada a alteração da periodicidade da *Educação e Matemática*, os colegas interessados em enviar as suas resoluções do problema proposto devem fazê-lo no prazo de um mês após a saída da revista.

José Paulo Viana
E. S. Vergílio Ferreira, Lisboa