O problema do trimestre

Sobre o problema anterior

O problema proposto na última edição de *Educação e Matemática* foi **O algarismo transferido**:

Qual é o menor número natural tal que:

se tirarmos o último algarismo, o das unidades, e o colocarmos no início, do lado esquerdo, obtemos um número 4 vezes maior?

Desta vez temos razões de satisfação. Não só o número de respostas foi superior ao habitual mas também os métodos de resolução foram muito diversificados.

Comecemos com as novas tecnologias. O computador foi usado pelo José Francisco Códices (Évora), com um programa não especificado, pelo Paulo Correia (Évora), com um programa em Turbo Pascal, e pela Sónia Silva (Évora), com a folha de cálculo. A Helena Vaz (Évora) fez a pesquisa dos números com a ajuda da TI82. Claro que todos eles chegaram à solução. E não há dúvida que as novas tecnologias estão a ser bem usadas em Évora!

A via algébrica foi seguida pela Isabel Viana (Porto) e pela Judite Barros (Lisboa), que usaram processos praticamente idênticos. Veremos adiante como.

Mas do que mais gostámos foi do processo "construtivista" (e extremamente simples) seguido por Isabel Margarida Silva (Cacém), Isabel Viana, Maria João Lagarto (Caparica), Mário Santos (Évora) e Paulo Correia. Basta começar pelo fim!

O algarismo das unidades do número procurado tem de ser maior ou igual a 4, visto que, quando o mudamos para o início do número, obtemos um outro número quatro vezes maior (e até podemos concluir que o primeiro algarismo só pode ser 1 ou 2).

Vamos admitir que o último algarismo é precisamente 4. Comecemos a multiplicação por 4. Cada algarismo que obtivermos no resultado é transferido para o multiplicando (ver esquema ao lado). E continuamos o processo até aparecer no resultado o algarismo 4 imediatamente a seguir a um 1. Está encontrado o número.

O menor número terminado em 4 é o 102564.

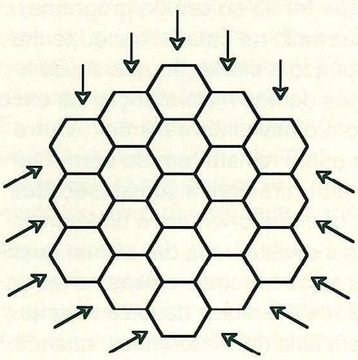
Temos agora de experimentar, por este processo, as outras terminações possíveis.

$$\begin{array}{r} 64 \\ \times 4 \\ \hline 6 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 564 \\ \times 4 \\ \hline 56 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2564 \\ \times 4 \\ \hline 256 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 02564 \\ \times 4 \\ \hline 0256 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 102564 \\ \times 4 \\ \hline 10256 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 102564 \\ \times 4 \\ \hline 410256 \end{array}$$

Problema proposto

O hexágono mágico

Colocar os números de 1 a 19 em cada uma das células deste "hexágono mágico" de modo que as quinze somas possíveis, cinco em cada direcção, sejam todas iguais.



Desta forma, o menor número terminado:

em 5 é o 128205;

em 6 é o 153846;

em 7 é o 179487;

em 8 é o 205128;

em 9 é o 230769.

Todos eles são maiores que o primeiro, logo o número procurado é **102564**.

Repare-se que todos estes números são múltiplos 25641.

A resolução algébrica da Isabel Viana e da Judite Barros vale também a pena ser vista.

Seja:

n o número procurado,

k+1 o nº de algarismos de **n**,

m o quádruplo de **n**,

b o último algarismo de **n**, com $b \geq 4$,

a o número obtido quando se retira a **n** o último algarismo **b**.

Então temos:

$$n = 10a + b$$

$$m = b \times 10^k + a$$

Como $m = 4n$ vem:

$$b \times 10^k + a = 4(10a + b)$$

Resolvendo a equação em ordem a **a**:

$$a = ((10^k - 4)/39) \times b$$

Para os vários valores de k, o numerador $10^k - 4$ vai dar origem à sequência 6, 96, 996, 9996, ...

Como **a** é inteiro, $10^k - 4$ tem de ser divisível por 39. Basta então procurar o primeiro número da sequência divisível por 39. Isso acontece para 99996 que dividido por 39 dá 2564. Logo

$a = 2564 \times b$

O menor valor possível para **b** é 4 e portanto

$a = 2564 \times 4 = 10256$

Logo, o número procurado é a junção de **a** com o algarismo **b**: 102564.

José Paulo Viana
Esc. Sec. Vergílio Ferreira (Lisboa)

Sabia que...

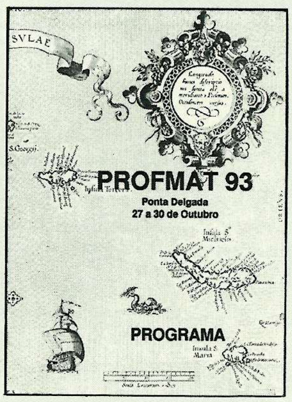
— Factos, acontecimentos, curiosidades a propósito dos dez anos da revista e da APM

• A sede da APM foi, a partir de 1986 e durante alguns anos, um gabinete nas instalações do Departamento de Educação da Faculdade de Ciências de Lisboa que, na altura, funcionava na Av. 24 de Julho. Nos fins de 1991, passou a ser uma sala no Colégio Marista (em Benfica). Finalmente, em 1994, a APM mudou a sua sede para as actuais instalações, na Escola Superior de Educação de Lisboa.

• A existência de núcleos regionais foi uma ideia forte da APM desde o início. O primeiro núcleo regional foi o de Viana do Castelo e o editorial do número 1 da revista dá conta que ele foi fundado mesmo antes do nascimento oficial da Associação. No mesmo número, há uma notícia de uma reunião preparatória do núcleo de Setúbal.

Hoje, a Associação tem 14 núcleos regionais em pleno funcionamento e a tendência é para este número aumentar muito em breve. Mas nem Viana nem Setúbal figuram actualmente na lista...

• No número 2 da Educação e Matemática dá-se conta de que foram recebidas numerosas cartas a saudar o nascimento da APM, vindas de diversos pontos do país. Quando se fala dos Açores, pergunta-se "quando será lá um ProfMat?", um desejo de muitos colegas açorianos (e não só) que, na altura, parecia apenas um sonho. Estava-se longe de saber que esse sonho se viria a tornar realidade apenas seis anos mais tarde.



Capa do programa do ProfMat 93 nos Açores

• O número de membros da Redacção da Revista tem variado ao longo do tempo. Nestes dez anos, 24 colegas pertenceram já à Redacção da revista. Nos dois primeiros (87 e 88), eram apenas cinco. Nos quatro anos seguintes, o número foi aumentando pouco a pouco, até se fixar em 12 (a partir de 1992). Este número está ligado à prática que se tem seguido de formar, em cada ano, quatro equipas de três pessoas, cada uma delas responsável pela edição de um dos números desse ano.

• A primeira Redacção da Educação e Matemática era constituída por Conceição Mesquita, Henrique M. Guimarães, José Manuel Duarte, Leonor Moreira e Paulo Abrantes. Dois destes colegas fazem ainda hoje parte da equipa redactorial.

• A revista começou a promover sessões especiais no ProfMat em 1992. Nesse ano, em Viseu, a apresentação do número dedicado às Aplicações e Modelação foi acompanhada de castanhas e geropiga. Em 1993, provaram-se os licores açorianos e o queijo da ilha a seguir à sessão sobre o número temático da História e Ensino da Matemática. Em Leiria, foram entrevistas a participantes no ProfMat que motivaram a sessão. Em Évora, no ano passado, realizou-se uma mesa-redonda onde os interessados discutiram com a Redacção as suas opiniões sobre a revista.