O problema do trimestre

Sobre o problema anterior

Na última edição de *Educação e Matemática* propusemos a **Inspecção às estações**, a adaptação de um problema mais "matemático" que encontrámos no livro *One hundred problems in elementary mathematics* de Hugo Steinhaus (Ed. Dover, Nova York, 1979):

No deserto de Gobi existem onze estações científicas automáticas colocadas em linha recta e ligadas entre si por uma pista de terra batida. A distância entre duas estações consecutivas é de um quilómetro.

Uma vez por ano é feita inspecção às estações para ver se está tudo em ordem. Para isso, no primeiro dia, um helicóptero coloca um técnico e um veículo especial de transporte no deserto numa das estações. O técnico todos os dias inspecciona uma das estações e muda-se para outra. Quando terminar a inspecção de todas as estações, manda uma mensagem rádio a dizer onde se encontra e o helicóptero vai buscá-lo.

O técnico recebe um subsídio especial de 10 contos por cada quilómetro que tiver percorrido no deserto ao deslocar-se de uma estação para outra (sem mudar de sentido). Por isso não lhe interessa fazer as estações todas seguidas.

Por que ordem deve inspeccionar as estações para obter o subsídio máximo?

Quanto vale este subsídio máximo?

Só nos chegaram quatro respostas, vindas de Augusto Taveira (Algarve), Isabel Dias (Santo António dos Cavaleiros), Helena Rocha (Lisboa) e Judite Barros (Lisboa).

Augusto Taveira verifica que, usando a estratégia "deslocar-se sempre para a estação mais longe ainda não visitada", o técnico consegue andar:

55 km se partir da estação 1,

56 km partindo da 2,

57 km partindo da 3,

58 km partindo da 4,

59 km partindo da 5 ou 6.

O máximo é, portanto, 59 km.

Judite Barros, dadas as dificuldades de resolução do problema, segue outra via. Começa por estudar o que acontece com menos estações.

Com 2, 3, 4 ou 5 estações não é difícil encontrar a melhor solução. Verifica-se que em todos os casos se começa e acaba numa das estações centrais. Aplicando esta estratégia ao problema, consegue-se chegar aos 59 km.

Uma das 11520 (!) soluções é, por exemplo, esta:

6 - 1 -11 - 2 - 10 - 3 - 9 - 4 - 8 - 5 - 7

Também Helena Rocha verificou que, se começar na estação 5 ou 6 e terminar em 6 ou 5, andando alternadamente para um lado e para o outro destas duas estações, se conseguem 59 km.

É precisamente o que Hugo Steinhaus aconselha a fazer. Começa-se por dividir as estações em 3 grupos:

A = {5, 6}

B = {1, 2, 3, 4}

C = {7, 8, 9, 10, 11}

Então, será solução do problema qualquer sequência do tipo

A C B C B C B C B C A.

Não é fácil mostrar de que esta é a solução. No livro citado, a demonstração ocupa três páginas completas...

Finalmente, Isabel Dias chama a atenção para o facto curioso deste problema ser muito parecido com outro, "As 100 laranjas", que aparece no Tratado da Prática Darismética, a primeira aritmética publicada em Portugal, em 1519, da autoria de Gaspar Nicolás.

José Paulo Viana
Esc. Sec. Vergílio Ferreira (Lisboa)

Problema proposto

O ALGARISMO TRANSFERIDO

Qual é o menor número natural tal que:
se tirarmos o último algarismo, o das unidades, e o colocarmos no início, do lado esquerdo, obtemos um número 4 vezes maior?