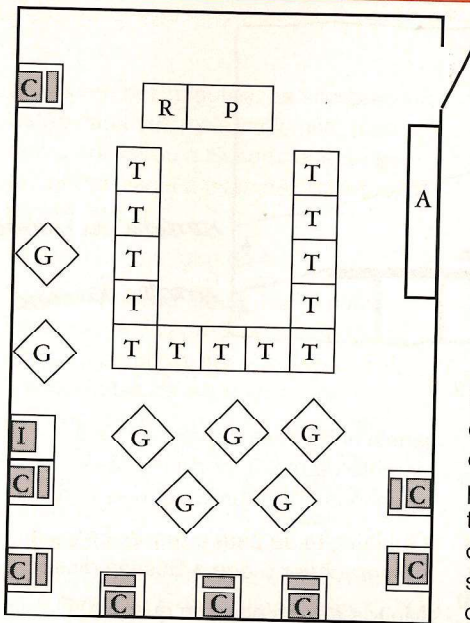


## Susana e as sombras

Eduardo Veloso



C - computador; I - impressora;  
T - mesas para trab. com toda a turma;  
G - mesas para trabalho de grupo  
P - mesa da prof.; R - retroprojector  
A - armário

fig. 1

Uma aula no ano 2002...  
Podemos imaginar mudanças nos programas e nas condições de trabalho dos professores, podemos imaginar até um Ministro da Educação que convença os seus colegas a trocar uma auto-estrada por equipamento escolar... Mas, em qualquer caso, a qualidade de uma aula dependerá sempre, essencialmente, da atitude do professor face aos seus alunos, em particular se acredita que é mais importante ouvir, do que ser ouvido.

Um pouco antes das oito da manhã, como de costume, a professora Guida entrou no café Helsínquia e dirigiu-se para a "sua" mesa do canto. Instantes depois, o café bem quente e o queque da praxe foram colocados sobre a mesa, e uns habituais bons dias afectuosos foram trocados com o empregado também habitual.

Guida olhou para o relógio e pensou que tinha apenas 20 minutos para fazer as últimas reflexões sobre a sua primeira aula do ano com a sua turma do 9º ano. Desde o 7º ano que era professora desta turma e sabia o acolhimento simpático que as suas alunas e alunos lhe iam dispensar neste recomeço do ano. Por esse lado tudo bem. Mas embora tivesse reflectido longamente, durante as férias em Agosto e nas primeiras semanas de Setembro, sentia que o seu plano para o próximo ano, relativamente a esta turma, não estava ainda muito claro.

Abriu a pasta, tirou uma caneta de tinta permanente e escreveu, no topo da primeira página do caderno novo: "Segunda, 23 de Setembro, 2002."

À frente, depois de hesitar um pouco, escreveu: "centro de interesse?". Aí residiam as suas principais dúvidas.

É preciso dizer que a Esc. 3+S de Alvalade tinha sido escolhida, juntamente com três das suas professoras, entre as quais Guida, para realizar uma experiência anual de inovação no ensino da Matemática. Na realidade, depois de um período de discussão de alguns anos sobre as reformas no ensino da Matemática, tinha-se chegado a um consenso sobre a necessidade de evitar as reformas globais, universais, cortando radicalmente com o passado, e os seus crónicos ajustamentos nos anos

posteriores. A evolução no ensino da Matemática deveria ser resultado de contínuas e progressivas alterações do currículo, nas suas várias dimensões, para o fazer corresponder a um conjunto de necessidades e condições, elas próprias também em evolução contínua — novas perspectivas sobre a Matemática e sobre a formação inicial e contínua dos professores, mudanças nas condições de trabalho nas escolas, etc., etc.. Assim, seria todo o sistema da educação matemática que estaria permanentemente em transformação. Para acompanhar e tomar iniciativas sobre essa evolução existiam grupos de trabalho regionais, nomeados pelo Ministério da Educação, e formados por representantes das Universidades (Matemática e Educação Matemática) e dos professores (APM e SPM). O principal motor dessa evolução do sistema eram experiências inovadoras no ensino da Matemática, realizadas todos os anos, e depois avaliadas, difundidas, e utilizadas na formação inicial e contínua dos professores.

Algumas experiências propostas para o ano lectivo 2002-2003 pretendiam estudar até que ponto, no 9º ano, poderia a existência de um "tema unificador" — como dizia a linguagem um pouco *dépassée* da proposta — despertar o interesse dos alunos e facilitar o ensino dos temas matemáticos próprios deste nível.

Guida e as suas colegas tinham aceite o desafio de fazer essa experiência com três turmas do 9º ano. E depois de muitas reuniões, ainda antes de férias, tinham escolhido como tema a Astronomia. Havia várias condições que favoreciam esta escolha: a escola tinha, desde há dois anos, um planetário insuflável; a Guida e uma outra das três professoras gostavam particular-



mente do tema, e já tinham alguns conhecimentos, resultado de curtas experiências anteriores; a escola tinha adquirido no ano anterior um programa de computador Voyager II, dedicado à Astronomia, e com o qual alguns alunos da turma da Guida já tinham contactado no 8º ano.

Tudo parecia portanto bem encaminhado. No entanto, Guida continuava com algumas dúvidas. Parecia-lhe um tema demasiado geral. Preferiria qualquer coisa mais "palpável", mais directamente ligada às vidas e experiências dos alunos. Mas o quê?

Olhou para o relógio e assustou-se: oito e vinte e cinco! Pagou e correu para a escola, que era a dois passos. Na véspera tinha preparado os computadores da sala e instalado o Voyager II em todos eles. Na aula de duas horas do 9º ano — entre as 8.30 e as 10.30 — ia familiarizar os alunos com este programa, fundamental em tudo o que se ia passar durante o ano.

Às oito e trinta em ponto estava a entrar, com as suas 21 alunas e alunos, na sala 2.5, uma das salas da escola onde tinham sido feitas obras durante as férias, para corresponder às necessidades das experiências que se iam desenrolar este ano (ver fig. 1).

Pediu aos alunos que se sentassem nas mesas do meio, para uma conversa inicial com toda a turma. Havia algum barulho e muita confusão.

Guida já contava com isso, na primeira aula. Esperou portanto com paciência que terminassem os recencontros e as exclamações perante as novidades da aula: "oito computadores!", "já viste o armário e os duais que nós construímos no ano passado?", "anda cá ver a impressora!", "olha um bengaleiro para pormos os kispos, até que enfim!", ...

Depois de todos se sentarem, Guida explicou a que se devia terem uma sala renovada. E descreveu em poucas palavras o que estava planeado para esse ano: qual era o tema principal a que se iam dedicar — a Astronomia —, por onde iam começar — a familiarização com o programa

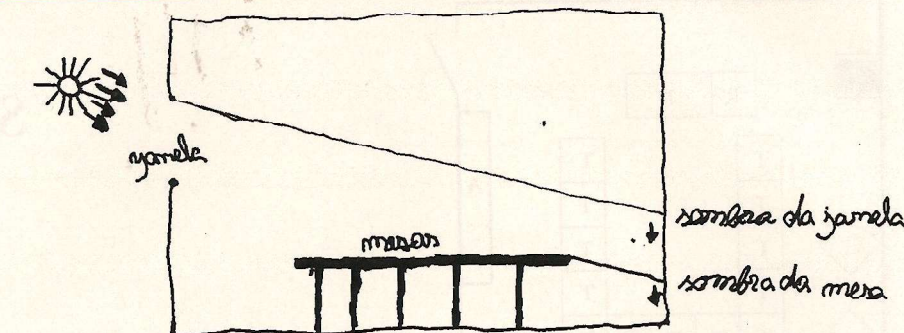


fig. 2

Voyager II —, e alguns pontos do programa — o estudo da esfera e da circunferência, um breve estudo das cônicas, sobretudo da elipse, a matemática da navegação, as coordenadas celestes, a representação plana da Terra, mapas e projecções.

À medida que falava, ia olhando em torno da mesa. Sentia que os alunos estavam a ouvi-la com atenção, mas não mais do que isso. Esperava cruzar o seu olhar com o da Susana, uma das alunas mais interessadas dos anos anteriores, a quem o tema da Astronomia devia entusiasmar, dada a sua imaginação e curiosidade. Mas, para seu espanto, Susana parecia completamente distraída. Olhava fixamente para a parede à sua direita, e fazia medições com os dedos e a mão esticada, espreitando o relógio de vez em quando.

Guida: Susana, que se passa?

Susana: Acho que a sombra da janela vai apanhar a sombra da mesa daqui a vinte minutos, mas não tenho a certeza...

Todos os alunos pareceram subitamente despertados e interessados, tentando entender o que Susana estava a dizer. Guida compreendeu que não era possível deixar de interromper a conversa anterior. E disse: Explica no quadro o que estás a pensar.

Susana foi ao quadro e, enquanto ia fazendo um esboço da situação (ver fig. 2), disse: desde que me sentei que a sombra da janela na parede está a andar para baixo, e a sombra da mesa também; mas já percebi que a sombra da

janela anda mais depressa que a sombra da mesa, portanto há-de apanhá-la, mais tarde ou mais cedo...

Guida volta-se para a turma: Estão a compreender o que a Susana disse?

Muitos alunos acenam que sim. E João acrescenta: continua a diminuir a distância entre as duas sombras. vê-se bem!

Guida: alguém sabe explicar porque andam as duas sombras a velocidades diferentes?

Apenas o braço do Carlos, além do da Susana, se levanta. Guida pede a Carlos para dar a sua explicação.

Carlos: acho que é porque a janela está mais distante da parede que a mesa.

Guida: Susana, que dizes da resposta do Carlos?

Susana: Concordo com o Carlos; queria só fazer aqui um desenho que mostra que, para duas posições do Sol, estes dois triângulos (ABC e A'B'C') são semelhantes, mas não são iguais, só seriam se a mesa estivesse à mesma distância da parede que a janela (ver. fig. 3).

Guida, para o resto da turma: alguém tem agora dúvidas? Todos acenam que não. Mas o Carlos acrescenta: já

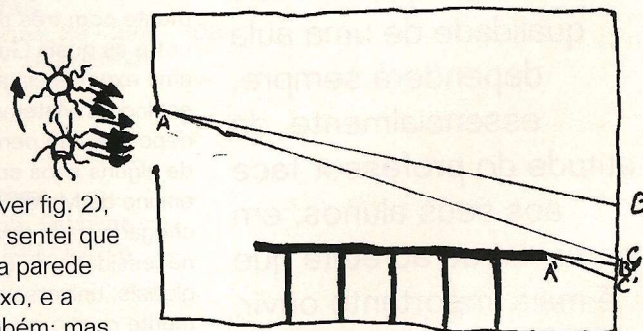


fig. 3



passaram dez minutos, as sombras estão cada vez mais próximas, mas como adivinhou a Susana que se iam encontrar daqui a mais dez minutos? E estará certo?

Guida: Susana, que dizes?

Susana: A certa altura, abri a mão e aproximei-a da parede até a distância entre as sombras ser um palmo. Fui tirando notas da experiência no caderno, como a professora Guida nos ensinou. Dois minutos depois, coloquei a mão no mesmo sítio e a distância era menos de um palmo, a diferença era um dedo. Como um palmo tem cerca de dez dedos, dá vinte minutos. É um pouco como aprendemos no ano passado que os romanos faziam. Mas gostava de saber fazer isto à séc. XXI!

Guida: A que horas fizeste a primeira observação?

Susana, olhando para o caderno: às 8h 37m.

Guida: faltam 3 minutos; vamos esperar para ver se a Susana acertou.

A sala estava agora completamente silenciosa. O espaço entre as sombras parecia diminuir mais rapidamente. Às 8h 58m, as sombras confundiram-se uma com a outra. Muitos alunos bateram palmas, enquanto outro dizia: Bravo, Susana, erraste apenas num minuto!

Guida tentou pôr um pouco de ordem na sala, mandou-os sentar de novo. Susana estava visivelmente satisfeita, e tomava notas no caderno sobre a conclusão da experiência. Um pouco depois, olhando casualmente para o bordo da sua mesa, que era a primeira do lado esquerdo da professora, exclamou: agora há uma sombra a correr sobre o tampo da mesa!

João: vamos medir aos palmos e calcular quando a sombra chegará ao fim da mesa!

Entretanto, Guida reflectia rapidamente. O seu plano para esta aula estava evidentemente posto em causa. Não tinha qualquer sentido insistir nele. Por outro lado, tinha-lhe acontecido aquilo por que qualquer professor decente de Matemática anseia: os

seus alunos estavam profundamente interessados numa questão que tinha, podia ela entrever, conexões importantes com vários temas da matemática. Era uma ocasião a não perder.

Guida: Bom, vamos realmente estudar o movimento dessa sombra, mas vamos utilizar vários processos e não apenas o dos romanos, como diz a Susana. Utilizaremos também computadores, que são processos do nosso século.

António: Stôra, há também uma sombra vertical a mover-se na parede!

Susana: É a sombra da parte lateral da janela.

Guida: Está bem, estudaremos também essa sombra, mas agora acabou; não quero saber de mais nenhuma sombra, duas já chegaram para percebermos o fenómeno do seu movimento. Vamos trabalhar em grupo durante o resto da aula, mas antes quero discutir umas coisas com vocês. Em primeiro lugar, porque é que as sombras estão a mover-se?

Ana: Porque o Sol está sempre a andar durante o dia.

Guida: E porque razão a primeira sombra que a Susana estudou se estava a deslocar-se para baixo?

Vários: Porque de manhã o Sol está a subir!

Guida: Mas agora, é o mesmo Sol a subir, e a sombra está a andar sobre a mesa, sempre à mesma altura? Como explicam isto?

Alguns momentos de silêncio...

Guida: Onde estava a sombra cujo movimento a Susana mediu?

Teresa: Na parede... ah, já sei, o movimento da sombra tem a ver com o sítio onde ela cai; na parede, que é a direita (faz um gesto com a mão e Guida acrescenta: vertical) a sombra só podia descer ou subir...

Susana interrompe: e na mesa, que é

horizontal, a sombra, coitada, apenas pode andar na horizontal!

Guida: Mas a sombra que o António descobriu é vertical, está na parede vertical, e está a deslocar-se de lado... como explicam isto?

Ana: Essa sombra é diferente, acontece porque o Sol, além de subir, está também a andar para o lado, durante o dia.

Susana: Nós vimos isso no ano passado, no planetário. Tenho aqui no caderno. O Sol faz uma curva no céu, de leste para oeste.

Guida: Susana, faz um desenho no quadro, para se ver melhor.

Susana no quadro, enquanto vai desenhando (ver fig. 4): esta é a curva que o Sol faz, nasce aqui para o lado do oriente, num ponto A, e põe-se para o lado do ocidente, no ponto B. Entre dois pontos, de manhã, como vemos, não só sobe, como anda para a direita. Isto mede-se com umas coordenadas, mas não me lembro dos nomes.

Guida: Alguém se lembra?

Carlos: Altura e azimute. Isso pode ler-se no programa *Voyager*, mas não sei bem o que são...

Guida: Susana, obrigado, podes sentar-te.

Guida projecta, com o data-show, uma janela do *Voyager II*, onde os astros, inclusivamente o Sol, podem ser referenciados por estas duas coordenadas. Explica o que são e onde se podem ler a altura e o azimute do Sol, e como é possível fazer variar a hora e ir lendo os valores da altura e do azimute.

Guida: Bom, o grupo do Carlos vai trabalhar com o programa *Voyager*, e responder aos pedidos que lhe façam os outros grupos. Depois preciso de dois grupos para ir trabalhar com o computador: vão usar o Cabri, que já

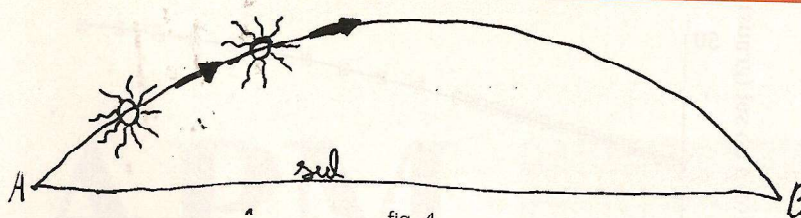


fig. 4



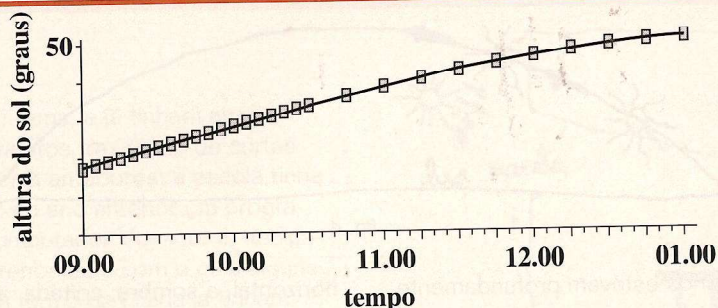


fig. 5

conhecem. Um dos grupos vai traçar um esquema que possa ser animado e onde se possa perceber o movimento da sombra sobre o tampo da mesa; podem usar uma tabela animada para calcular as várias posições da sombra sobre o tampo. O outro vai fazer o mesmo para a sombra vertical na parede. Os dados que precisarem sobre o Sol podem por escrito ao grupo do Carlos. Outros dois grupos vão também estudar cada uma das sombras, também com computadores, mas utilizando o Excel para traçar as curvas de variação da altura e do azimute do Sol ao longo do tempo. Vão estudar a forma dessas curvas, para ver se podemos prever com algum rigor o movimento das sombras. Finalmente, outros dois grupos vão colar tiras de papel de cenário sobre o tampo da mesa e na parede, de modo a poderem medir e calcular a velocidade das sombras. Depois compararemos os vários resultados obtidos. Toca a trabalhar!

Utilizando toda a experiência da professora e dos alunos neste tipo de situações, o trabalho organizou-se rapidamente.

Guida olhou para o relógio: 09.40. Já não ia dar para terminarem tudo o que havia a fazer, mas podiam adiantar bastante e terminavam amanhã.

Os pedidos começaram a chover sobre a mesa do grupo do Carlos. Eram todos semelhantes. Um deles dizia: "Precisamos dos valores da altura do Sol, de cinco em cinco minutos, entre as 9.00 e as 10.30. Queremos os valores em graus, com três casas decimais. Despachem-se e escrevam de maneira que se perceba."

Guida começou a movimentar-se na sala, percorrendo os vários grupos. Tinha a grande vantagem destes seus

alunos estarem já habituados a este tipo de situações, sabendo que deviam tentar resolver em princípio as dúvidas por si próprios. A certa altura, aproximou-se do grupo da Ana, um dos dois que estava a trabalhar com o Excel. Sabia que estes grupos iam precisar de mais apoio, pois embora já tivessem prática de folha de cálculo, não era neste tipo de situações. O grupo já tinha tabelado os valores da altura do Sol entre as 09.00h e as 01.00h da tarde. E tinha passado o gráfico correspondente para um programa de desenho. Guida ajudou-os a ver que entre as 09.00h e as 10.30h, que era o período que lhes interessava, o gráfico parecia uma linha recta, o que simplificava os cálculos. Desafiou-os a utilizarem o gráfico e a tabela para calcularem quando a sombra atingiria o fim da mesa. Guida dirigiu-se depois para o grupo da Susana, que estavam a fazer o mesmo tipo de trabalho em relação à sombra vertical.

Os grupos dos romanos, como os colegas lhes começaram a chamar, começaram a marcar a posição da sombra sobre o papel de cenário e a fazer medições, não aos palmos mas com réguas e compasso. Marcavam as posições das sombras e as respectivas horas, pelo que iam ficar com um registo da "realidade" para depois comparar com os resultados dos cálculos e dos desenhos dos outros grupos.

Os grupos que estavam a utilizar o Cabri fizeram também medições da altura da janela, das distâncias da parede da janela às bordas da mesa, etc. E depois discutiram a escala a utilizar para fazerem o desenho no ecrã. Passado algum tempo, apareceram os primeiros desenhos. Guida ia circulando entre os grupos, dando

aquele tipo de apoio e estímulo que já era intuitivo depois de tantos anos a fazer este género de trabalho. Ao ouvir algumas discussões dentro dos grupos, percebeu a necessidade de, posteriormente, discutir uma série de questões geométricas implícitas na questão das sombras: porque eram as sombras do tampo e da janela paralelas? e porque era vertical a sombra da parte lateral? Se o que estivesse a produzir as sombras fosse uma lâmpada a curta distância e não o Sol, considerado a distância infinita, o que havia a alterar? Um verdadeiro programa de trabalho para os próximos tempos, pensou...

Cinco minutos antes do fim, Guida fez as últimas recomendações sobre o que deviam escrever para preparar os relatórios, os quais iriam ser completados depois da aula do dia seguinte, que era apenas de uma hora.

A seguir à aula, ainda antes de ir ter com as outras colegas, Guida foi tomar a bica do meio da manhã ao Helsínquia. Sentada outra vez na "sua" mesa, com o café à sua frente, abriu de novo o caderno e viu aí escrito: "centro de interesse?" Não hesitou, riscou o ponto de interrogação e escreveu à frente "sombras!". Graças à Susana e aos colegas, tinha encontrado o tal tema palpável, muito concreto, e ao mesmo tempo rico, que poderia unificar as experiências matemáticas de grande parte do 9º ano. Havia agora muito a trabalhar, para refazer o plano segundo esta perspectiva. Mas pensou que muito poderia ser aproveitado do plano anterior. E o trabalho não a assustava, pelo contrário. Estava desejosa de ir ter com as suas colegas da experiência ao Dep. de Matemática da Escola, para ver o que tinha acontecido nas outras duas turmas. Tinham todos os dias uma hora, entre as 10.30 e as 11.30, para fazer o ponto da situação. Quanto a ela, Guida, tinha já muito para contar. Respirou fundo, um novo ano estava a começar. Levantou-se decidida, e dirigiu-se para a escola.

Eduardo Veloso  
Desenhos das fig.2,3 e 4 de  
Tiago Sousa