Novas tecnologias na aula de Matemática*

João Pedro da Ponte

As novas tecnologias colocam desafios irrecusáveis à actividade educativa dada a sua possibilidade de proporcionar poder ao pensamento matemático e estender o alcance e a profundidade das aplicações desta ciência. Trata-se de poderosas ferramentas intelectuais, que permitem automatizar os processos de rotina e concentrar a nossa atenção no pensamento criativo. Mas estas tecnologias não ensinam por si só. Ao professor cabe um papel decisivo na organização das situações de aprendizagem.

As novas tecnologias computacionais (NT) assumiram um papel de primeiro plano no ensino da Matemática na última década. Neste artigo, procurarei ilustrar o partido que se pode tirar, em diferentes níveis de ensino, de materiais já perfeitamente testados, largamente disponíveis e susceptíveis de generalizada utilização.

Programas como a linguagem LOGO, a folha de cálculo, o Cabri-Géomètre, o Derive e o Mathematica já viram o seu interesse educacional largamente reconhecido em muitos países e são parte integrante da prática corrente do ensino-aprendizagem em vários níveis de ensino. No nosso país as possibilidades do computador foram objecto de atenção do Projecto MINERVA (1985-1994), que mobilizou um largo número de professores e de alunos, e marcou um momento decisivo de questionamento das práticas pedagógicas e da própria escola. O MINERVA fomentou a constituição de equipas de professores e investigadores, proporcionou a realização de numerosos projectos e uma rica acumulação de experiência[1]. Muito em especial, evidenciou que os professores e os alunos são capazes de realizações verdadeiramente criativas e de grande alcance matemático — desde que lhes seja proporcionado o estímulo e os apoios necessários.

O que trazem as NT ao ensino da Matemática?

Este projecto mostrou que os computadores e as calculadoras podem ser usados com uma variedade de propósitos educacionais. Nomeadamente, podem servir para apoiar a aprendizagem de tópicos matemáticos específicos, para a execução de algoritmos e processos rotineiros, como meios auxiliares para o arquivo, análise e apresentação de informação e como ferramentas para a realização de explorações e investigações.

De essencial, constatou-se que as NT permitem trazer ao ensino-aprendizagem desta disciplina:

- uma relativização da importância das competências de cálculo e de simples manipulação simbólica, que podem ser realizadas agora muito mais rápida e eficientemente;
- um reforço do papel da linguagem gráfica e de novas formas de representação, permitindo novas estratégias de abordagem dos mais variados problemas;
- uma atenção redobrada às capacidades intelectuais de ordem mais elevada, que se situam para além do cálculo e da simples compreensão de conceitos e relações matemáticas;
- um crescendo de interesse pela realização de projectos e actividades de modelação, investigação e exploração pelos alunos, como parte fundamental da sua experiência matemática;
- uma demonstração prática da possibilidade de envolver os alunos em actividade matemática intensa e significativa, favorecendo o desenvolvimento de atitudes positivas em relação a esta disciplina e uma visão muito mais completa da sua verdadeira natureza.

Estas tecnologias conduziram ainda a um renovado interesse pelas questões de filosofia e epistemologia da matemática, colocando questões como: qual a importância dos algoritmos em matemática? Qual afinal

* Este artigo baseia-se parcialmente numa conferência integrada no encontro "A Matemática em Exame", realizado na Universidade de Lisboa, em Maio de 1995.

a natureza desta ciência? Qual o impacte dos computadores na prática da investigação matemática?[2]

As experiências realizadas com o computador mostraram que este pode levar ao estabelecimento duma nova relação professor-aluno, marcada por uma maior proximidade, interacção e colaboração. Estas experiências ajudaram igualmente a definir uma nova visão do professor, como uma pessoa que, longe de se poder considerar formada no fim da sua formação académica, tem de continuar em formação permanente ao longo de toda a sua vida profissional. Depois de um período inicial marcado pelo receio que o computador viesse a substituir o professor, tornou-se claro que as NT vêm sobretudo reforçar o seu papel na preparação, condução e avaliação do processo de ensino-aprendizagem.

Cabri

O programa Cabri-Géomètre constitui um ambiente de trabalho para a realização de todo o tipo de construções geométricas (figura 1). Tirando partido do interface rato/menus descendentes, típico da tecnologia do computador Macintosh, permite a realização imediata de todo o tipo de experiências — o que acontece a esta ou aquela relação entre objectos geométricos se mudarmos a posição de um ponto, o comprimento de um segmento, a amplitude de um ângulo?

A ficha de trabalho sobre "papagaios" apresentada no Quadro 1 (adaptada de Villiers, 1995), mostra uma das possibilidades de exploração deste tipo de *software*, neste caso com alunos do 8º ou 9º ano de escolaridade. Estabelecida uma conjectura, ela pode ser verificada para todos os casos que pretendermos. O aluno pode utilizar um comando que verifica a existência ou não de certa propriedade para comprovar a sua conjectura, o que pode servir de ponto de partida para tentar uma prova geométrica clássica. Trabalho semelhante pode igualmente ser realizado tanto em níveis mais elementares como mais avançados.

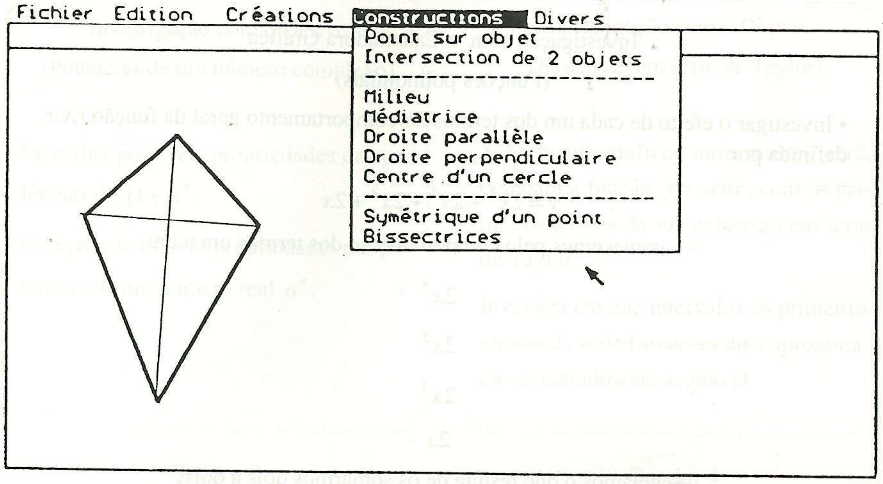

Figura 1. Aspecto típico do ecrã do programa Cabri, onde se construiu um papagaio (um quadrilátero com os lados consecutivos iguais dois a dois)

Investigação com o Cabri-Géomètre

(Propriedades geométricas)

1) Constrói um "papagaio" dinâmico;

2) Verifica que se trata de facto dum papagaio dinâmico, isto é, que fica sempre com a forma de papagaio seja qual for o modo como se transforma a figura;

3) Constrói os pontos médios dos lados e liga-os dois a dois de modo a construir um quadrilátero inscrito;

4) O que se nota relativamente a este quadrilátero? És capaz de formular uma conjectura?

5) "Arrasta" o vértice do papagaio para uma nova posição. Confirma-se a tua conjectura? Se não, podes modificá-la?

6) Repete o mesmo processo várias vezes. A tua conjectura é verdadeira quando o papagaio é côncavo?

7) Usa o verificador de propriedades do Cabri para dizer se a tua conjectura é ou não válida em geral;

8) És capaz de dizer porque é verdade? Tenta demonstrá-lo a partir de resultados geométricos bem conhecidos;

9) Compara as tuas explicações com as dos teus colegas. São semelhantes ou diferentes? Quais são as mais satisfatórias?

Quadro 1

Algumas notas sobre a actividade anterior (Quadro 1):

Os pontos 1-3 destinam-se a criar a situação de investigação. Os pontos 4-6 constituem neste caso a essência do processo de investigação, podendo levar à formulação de diversas conjecturas. Os pontos 7 e 8 sugerem a demonstração dos resultados obtidos. Finalmente, o ponto 9 evidencia a necessidade de discussão e comparação de resultados dos alunos.

Calculadora gráfica

A calculadora gráfica é em tudo semelhante a uma calculadora vulgar, excepto no ecrã, que é um pouco maior. É capaz de realizar todo o tipo de cálculos (como qualquer calculadora científica), desenhar gráficos, trabalhar com matrizes e em modo estatístico, correr programas e, em alguns casos, realizar manipulações simbólicas. O seu traço mais significativo é que, sendo um objecto facilmente transportável e não muito caro, pode constituir um recurso de natureza pessoal do aluno.

Na ficha de trabalho que proponho no Quadro 2, os alunos podem estudar propriedades das funções polinomiais. O tratamento gráfico não dispensa o raciocínio analítico, mas altera por completo a abordagem das questões. Primeiro vem o estudo intuitivo, contemplando os aspectos globais dos objectos matemáticos relevantes (figuras 2 e 3). Depois é que se faz a análise dos aspectos mais específicos, e, quando for caso disso, a verificação e a demonstração.

Investigação com a Calculadora Gráfica

(Funções polinomiais)

• Investigar o efeito de cada um dos termos no comportamento geral da função r.v.r. definida por

$$y = 2x^7 + 2x^5 + 2x^3 + 2x$$

— comecemos pelo comportamento dos termos um a um:

$$2x^7$$

$$2x^5$$

$$2x^3$$

$$2x$$

vejamos o que resulta de os somarmos dois a dois:

$$2x^3 + 2x$$

$$2x^5 + 2x^3$$

• E se for uma função polinomial com termos de grau par?

$$y = 2x^6 + 2x^4 + 2x^2 + 2$$

• E uma função polinomial com termos de grau par e de grau ímpar?

$$y = 2x^7 + 2x^6$$

Quadro 2

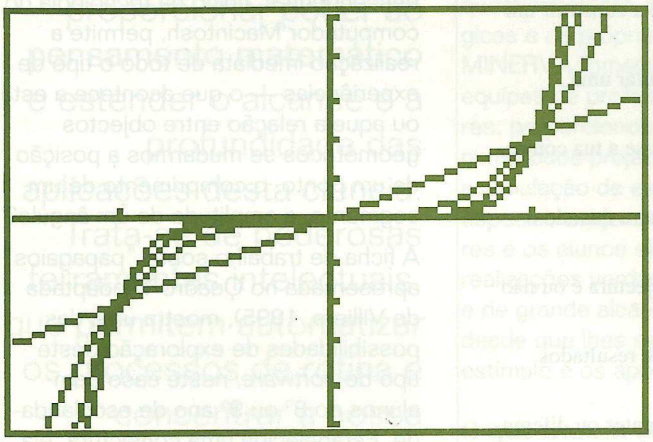

Figura 2. (intervalo $[-1{,}5;1{,}5]$ e $[-5;5]$)

Ecrã onde se visualisam em sobreposição as funções definidas por $y = 2x^7$, $y = 2x^5$, $y = 2x^3$, $y = 2x$ nos intervalos $[-1{,}5;1{,}5]$ para x e $[-5;5]$ para y. Todos os gráficos se intersectam nos pontos $(-1;-2)$ e $(1;2)$. Os gráficos sugerem que para $|x| > 1$ a função $y = 2x^7$ é a que tem maior valor e $y = 2x$ a que tem menor valor absoluto; para $|x| < 1$ dá-se o inverso, sendo a função $y = 2x^7$ a que assume valores mais próximos de zero.

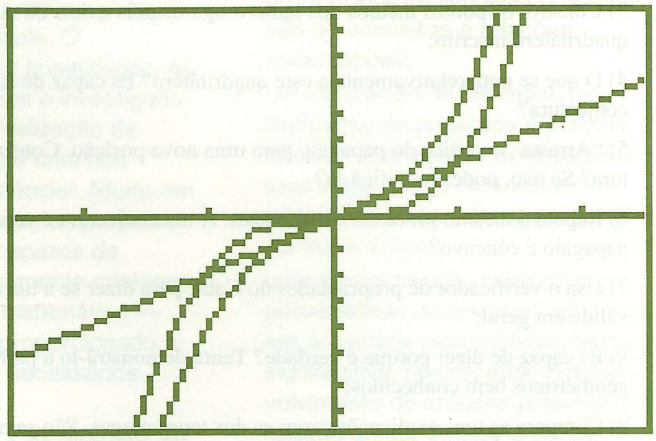

Figura 3. (intervalo $[-2{,}5;2{,}5]$ e $[-7{,}5;7{,}5]$)

O gráfico sugere que para valores de $|x| >> 1$ a função $y = 2x^3 + 2x$ tende a acompanhar de perto a função $y = 2x^3$; para valores de $|x| << 1$ a mesma função tende a acompanhar pelo contrário a função $y = 2x$; a zona $|x|$ próximo de 1 estabelece a transição entre os dois tipos de comportamento.

A notação >> utiliza-se com o significado de muito maior, e da mesma forma << significa muito menor.

Investigação com o Derive

(Potências de um número complexo)

Investiga possíveis propriedades das potências de $(1+i)^n$.

Compara-as com as propriedades das potências de um número real a^n.

Quadro 3

Investigação com o Derive

(Expansão em série de Taylor)

Sobrepondo gráficos num mesmo ecrã, compara a função $y = senx$, com os primeiros termos da sua expansão em série de Taylor.

Investiga em que intervalos os primeiros termos da série fornecem uma aproximação eventualmente aceitável.

Quadro 4

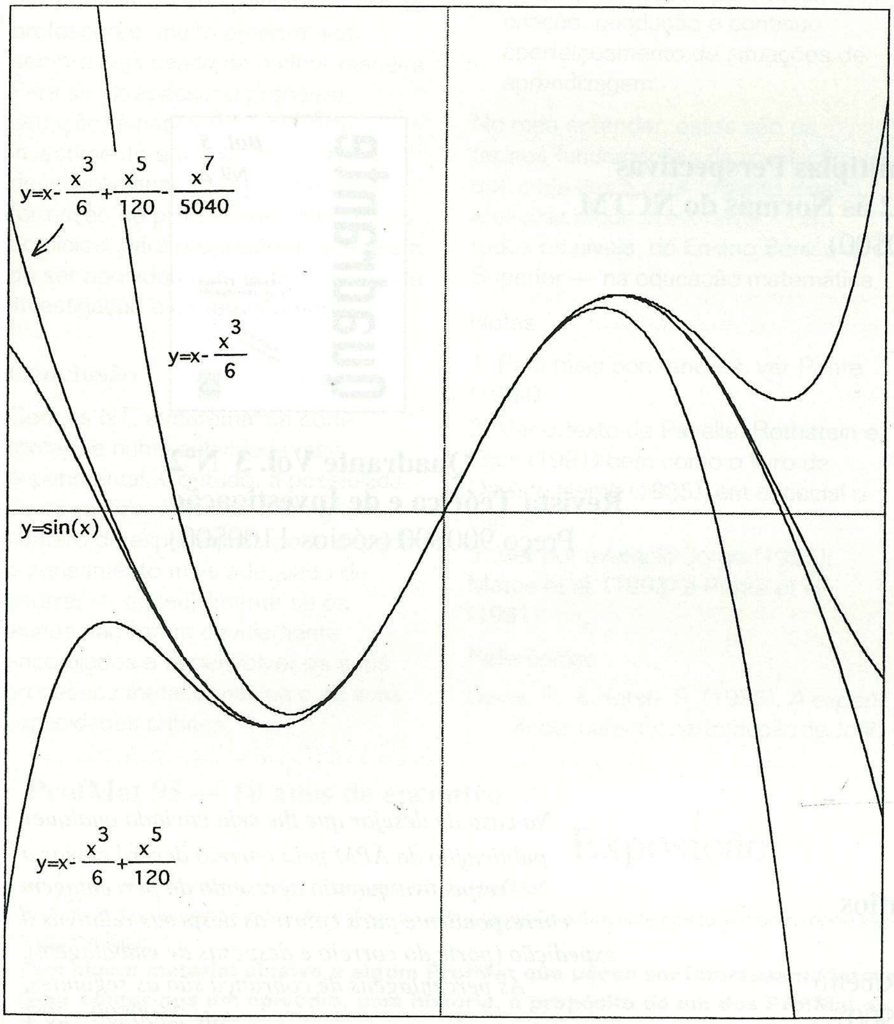

Figura 4. (intervalo $[-2,2]$ e $[-5,5]$)

Gráfico da função $y = senx$ e de diversas aproximações obtidas juntando sucessivos termos à sua série de Taylor.

Derive

O programa Derive é capaz de realizar manipulação simbólica, representação gráfica de funções e aritmética exacta. Assim, ele é capaz de adicionar fracções, dando o resultado sob a forma fraccionária, calcular factoriais com a aproximação que se desejar, realizar aritmética de base n, calcular com números complexos e números irracionais, calcular com vectores e matrizes, incluindo determinantes, valores próprios e vectores próprios, calcular limites e soma de séries, diferenciar e integrar expressões, determinando derivadas (ordinárias e parciais) duma função e fazendo a sua expansão em série de Taylor, e determinando integrais definidos e indefinidos, factorizar e simplificar expressões algébricas, resolver exactamente equações com raízes reais e complexas, fazer gráficos de funções de **R** em **R** e de **R²** em **R** em coordenadas rectangulares e polares e na forma paramétrica, e realizar muitas outras operações.

Proponho duas pequenas investigações, nos Quadros 3 e 4, que mostram as potencialidades deste *software*, respeitante às propriedades das potências de um número complexo e à expansão duma função em série de Taylor (ver figura 4).

As NT nos novos programas e na prática pedagógica

Nos novos programas de Matemática em vigor desde 1991 (Ministério da Educação, 1991a, 1991b) há, por um lado, uma posição francamente favorável à utilização da calculadora e, por outro lado, uma posição muito moderada relativamente ao computador. As recomendações nesta matéria são muito semelhantes no Ensino Básico e no Ensino Secundário.

Diversos estudos feitos com o objectivo de avaliar o processo de experimentação e generalização dos novos programas[3] mostram que apesar das suas recomendações e das experiências muito positivas realizadas no âmbito do Projecto MINERVA, a maioria dos professores não faz ainda hoje qualquer utilização do computador. O mesmo não se passa com as calculadoras. Com a sua introdução como instrumento obrigatório assiste-se a todo um leque de práticas pedagógicas que inclui a sua utilização corrente, a sua utilização apenas em certas unidades e a sua virtual ausência tanto nas aulas como em provas de avaliação.

Deste modo, o computador e a calculadora encontram-se hoje em situações muito diversas nas práticas pedagógicas em Portugal. O primeiro deixou praticamente de ser utilizado, sendo visto como algo que poderá vir a ter maior relevância apenas num futuro ainda distante. A segunda conhece uma presença significativa nas práticas de um grande número de professores, muito embora nem sempre seja usada da melhor maneira. Para se ultrapassar a presente situação, é necessário um forte investimento em duas áreas: (a) o desenvolvimento curricular e (b) a formação de professores. Mas estes domínios, para progredirem, precisam de ser apoiados num esforço sério de investigação e desenvolvimento.

Conclusão

Com as NT, a matemática pode tornar-se numa actividade mais experimental. Contudo, a possibilidade de realizar facilmente um grande número de experiências pode impedir o pensamento mais adequado de ocorrer — especialmente se os alunos não forem devidamente encorajados a desenvolver os seus processos metacognitivos e as suas capacidades críticas.

As NT vêm por isso exigir uma reformulação do trinómio Matemática-aluno-professor, de modo a que:

- na aprendizagem se contacte com uma matemática mais viva, muito mais próxima do espírito investigativo que caracteriza a actividade dos matemáticos;
- o aluno passe a desempenhar um papel muito mais activo e autónomo, definindo e aprofundando os seus domínios de interesse, e usando com desembaraço uma variedade de ferramentas para o seu estudo;
- o professor veja reconhecido e valorizado o papel fundamental que só ele pode desempenhar na criação, condução e contínuo aperfeiçoamento de situações de aprendizagem.

No meu entender, estes são os termos fundamentais da revolução que cada vez é mais urgente levar a efeito de modo irreversível — em todos os níveis, do Ensino Básico ao Superior — na educação matemática.

Notas

1. Para mais pormenores, ver Ponte (1994).

2. Ver o texto de Pavelle, Rothstein e Fitch (1991) bem como o livro de Davis e Hersh (1985), em especial o cap. 8.

3. Ver por exemplo Jorge (1995), Matos et al. (1993) e Ponte et al. (1991).

Referências

Davis, P., & Hersh, R. (1985). *A experiência matemática* (tradução de João Bosco Pitombeira). Rio de Janeiro: Francisco Alves.

Jorge, M. A. (1995). *A generalização da Reforma Curricular na Matemática — Um estudo sobre o 5º ano de escolaridade.* Tese de mestrado, Universidade de Lisboa.

Matos, J. F., J. P. Ponte, H. M. Guimarães e M. L. C. Leal (1993). *A Aplicação do Novo Programa de Matemática do 11º Ano: Um Estudo de Caso* Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Ministério da Educação (1991a). *Organização curricular e programas (3º ciclo do ensino básico).* Lisboa: Ministério da Educação.

Ministério da Educação (1991b). *Programa de Matemática: Ensino secundário.* Lisboa: Ministério da Educação.

Pavelle, R., Rothstein, M., & Fitch, J. (1991). Álgebra por computador. In J. P. Ponte (Ed.), *O computador na educação matemática* (pp. 11-27). Lisboa: APM.

Ponte, J. P. (1994). *O Projecto MINERVA: Introduzindo as NTI na educação em Portugal.* Lisboa: DEPGEF.

Ponte, J. P., Matos, J. F., Guimarães, H. M., Leal, L. C., & Canavarro, A. P. (1991). *O processo de experimentação dos novos programas de Matemática.* Lisboa: IIE.

Villiers, M. (1995). An alternative introduction to proof in dynamic geometry. *Micromath, 11*(1), 14-19.

João Pedro da Ponte
Universidade de Lisboa