Malvinas: batalha aeronaval[1]

Roberto R. Baldino

Nesta "batalha naval" as "embarcações" são segmentos de reta distribuídos sobre as divisórias de um quadriculado e os "mísseis" são retas que passam por dois pontos escolhidos pelos jogadores nos vértices dos quadrados centrais. As equações das retas que constituem os mísseis permitem verificar se o míssil atingiu o alvo. A formação do conceito de coeficiente angular da reta funciona como estratégia para

O jogo

Malvinas é um jogo semelhante ao da tradicional batalha naval, encontrado no comércio e jogado por crianças de todas as idades, inclusive à socapa, para passar o tempo em aulas menos interessantes. Porém o alcance didático é bem maior. Cada jogador usa duas *planilhas de mísseis* (v. fig. 1) e uma *folha de controle* (v. fig. 2). Sobre uma das planilhas, distribui sua frota e sobre a outra tenta descobrir onde o outro jogador distribui a frota dele. Sobre a folha de controle anota as coordenadas dos dois pontos P e Q que determinam a trajetória do míssil que envia. Remete a folha de jogo com esses dados ao outro jogador que a devolve, depois de anotar nela a equação da reta que passa por P e Q, as informações sobre os alvos que o míssil atingiu e o número de pontos obtidos.

Como se joga

É claro que os jogadores devem sentar-se de modo a que um não veja a planilha de mísseis do outro. Em sala de aula é preferível organizar o jogo entre duplas de parceria. Arruma-

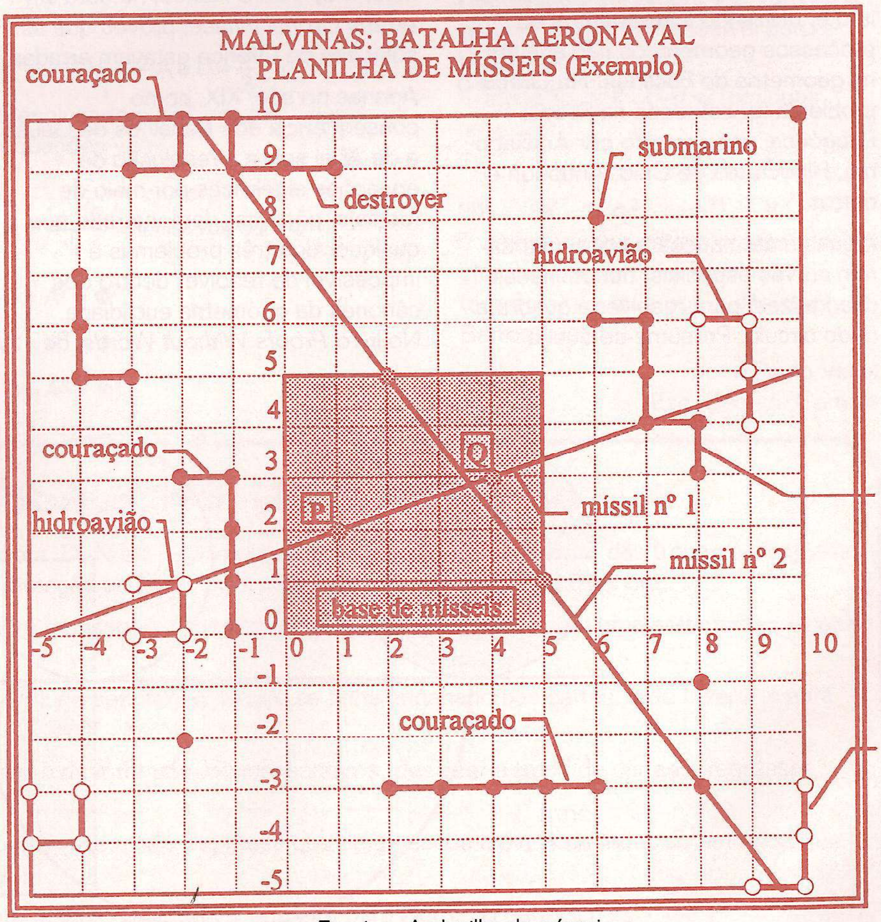

Fig. 1 — A planilha de mísseis

Folha de Controle (Exemplo)				
Nº	Míssil :	Equação da trajetória:	Atingiu:	Pontos
1	(1,2) (4,3)	$y=2+\frac{1}{3}(x-1)$	Porta-aviões de (8,4) a (7,4) e de (7,4) a (7,5) Hidroavião de (9,4) a (9,5) Couraçado de (-1, 1) a (-1,2)	4
2	(2,5) (5,1)	$y=5-\frac{4}{3}(x-2)$	Submarino em (8,-3) Hidroavião de (9,-5) a (10,-5) Destroyer de (0,9) a (-1,9) e de (-1,9) a (-1,10)	4
3				
4				

Fig. 2 — A planilha de mísseis

se a sala de modo a que duplas adversárias sentem-se de costas uma para a outra. Cada jogador distribui a sua frota sobre as linhas divisórias dos quadradinhos em volta do quadrado cinza, denominado *base de mísseis*, no centro do tabuleiro. Cada embarcação é constituída por *segmentos* e nós: são 5 submarinos, 4 hidroaviões, 3 destroyers, 2 couraçados e 1 porta-aviões, com os formatos indicados na figura 3.

Os jogadores devem distribuir suas frotas de modo a que duas embarcações não se toquem e não toquem a base de mísseis. Uma embarcação pode ser disposta em linha quebrada mas não pode tocar-se a si mesma. Os *mísseis* são retas. Cada Míssil é determinado por dois pontos localizados segundo a vontade do jogador sobre a base de mísseis, constituída pelo quadrado cinza na planilha de mísseis. Ao jogar, o jogador A escolhe um míssil, determinado, por exemplo, por (1,2) e (4,3). Anota essas coordenadas na folha de controle e a remete ao jogador B. Este desenha a reta correspondente a esse míssil em sua planilha e mostra que entendeu de que reta se trata escrevendo a equação

$$y=2+\frac{1}{3}(x-1)$$

que deve ser confirmada pelo jogador A. A seguir o jogador B informa o jogador A que segmentos de sua frota foram afundados, pelo míssil, escrevendo esses segmentos na folha de controle.

O míssil que atingir um segmento de uma embarcação sem atingir o nó, afunda *apenas o segmento atingido.* O míssil do exemplo afundou o segmento (9,4) a (9,5) do hidroavião e o segmento (-1,1) a (-1,2) do couraçado. O míssil que atingir o nó de uma embarcação *afunda os segmentos contíguos* ao nó atingindo, *excepto se o nó pertencer a um hidroavião.* Assim, o míssil do exemplo afundou os segmentos (7,5) a (7,4) e (7,4) a (8,4) do porta-aviões mas *não afundou* os segmentos (-3,1) a (-2,1) a (-2,1) a (-2, 0) do hidroavião. As extremidades das embarcações, salvo as dos hidroaviões, são consideradas nós. Quando atingidas, o primeiro segmento da embarcação afunda. Considera-se que todas as embarcações situadas na reta do míssil, tanto para um como para o outro lado desta, são atingidas, mesmo as que estiverem situadas atrás de outras, como é o caso do primeiro míssil do exemplo, que atingiu o hidroavião que está atrás do porta-aviões. Para cada segmento afundado conta-se um ponto. Para cada embarcação completamente afundada, conta-se mais um número de pontos igual ao quadrado do número de segmentos da embarcação afundada. Ganha o jogador que afundar toda a frota do adversário ou, caso o jogo seja interrompido antes disso, aquele que tiver marcado mais pontos.

Os casos de dúvida, sobre se um míssil atingiu ou não o alvo, podem ser resolvidos, quer pela geometria euclidiana, quer pela geometria analítica. Considere o problema de saber se o segundo míssil no exemplo atingiu ou não o nó do couraçado em (-2,10). Pela geometria analítica basta decidir se (-2,10) satisfaz à equação da da reta

$$y=2+\frac{1}{3}(x-1)$$

Como

$$5-\frac{4}{3}((-2)-2)=\frac{31}{3}\neq 10$$

conclui-se que o míssil, por pouco, errou este alvo. Justificando pela geometria euclidiana, nota-se a congruência dos triângulos na figura 4 e aplica-se o teorema de Tales ao triângulo superior. Tem-se 4:3≠1:1, portanto também por aí conclui-se que o míssil erra o alvo.

Composição da frota		
Tipo	Quantidade	Representação
Submarinos	5	
Hidroaviões	4	
Destroyers	3	
Couraçados	2	
Porta-aviões	1	

Fig. 3 — Composição da frota

Comentários

O jogo Malvinas visa a instituir situações-problema que os alunos resolvam naturalmente pela geometria euclidiana e que possam servir de base para a introdução da geometria analítica.

Deixando-se de lado a equação da reta, pode-se jogá-lo desde a quinta série (11 anos). Nesse nível o jogo se relaciona aos seguintes objectivos didácticos: 1) localizar números como pontos da reta e não como segmentos ou intervalos, tal como ocorre na batalha naval tradicional; 2) coordenar a correspondência entre pares ordenados e pontos do plano; 3) constituir a proporcionalidade como objecto; 4) incluir a reta geométrica no plano coordenado. O uso da equação da reta para dirimir dúvidas pode ser introduzido desde a primeira série do segundo grau (15 anos). Nesse nível os objectivos didáticos são: 5) tornar operacional o conceito de coeficiente angular; 6) tornar operacional a equação reduzida da reta; 7) possibilitar a passagem da geometria euclidiana para a analítica.

As primeiras experiências feitas com o jogo Malvinas foram feitas com alunos de cálculo. Visava-se a resolver dificuldades deles na leitura de velocidade a partir de gráficos espaço-tempo. Essas aplicações revelaram algumas surpresas. Apesar do jogo lhes ter sido apresentado logo após

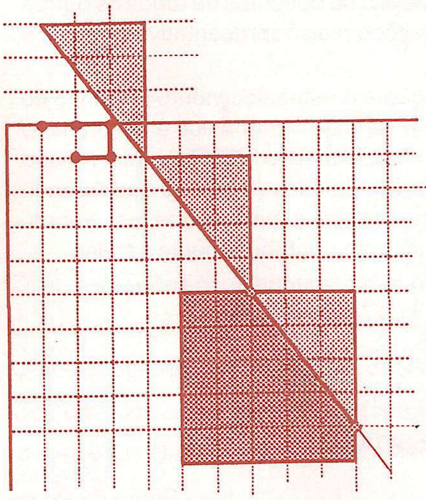

Fig. 4 — Um caso de dúvida

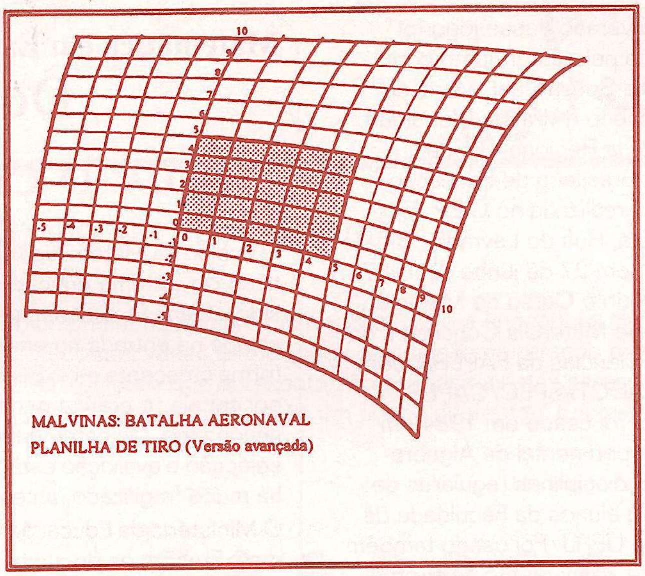

Fig. 5 — Planilha de reticulado curvo

uma exposição "recordando" o teorema de Tales e a equação da reta, nenhum desses alunos se valeu espontaneamente da equação da reta para dirimir dúvidas. A maioria deles também não se valeu de raciocínios de proporcionalidade: em caso de dúvida refaziam cuidadosamente o traçado. A distorção natural do quadriculado, decorrente da fotocópia, desorientava-os. Das duas sugestões, para que se usassem raciocínios de proporcionalidade e calculassem a equação da reta, preferiam a segunda. Quando se insistia para que usassem algum método de proporcionalidade, perguntavam: *não pode usar a equação?* A resposta era: *Sim, mas ache uma solução só geométrica.* Apesar da sugestão para que usassem a forma

$$y = y_0 + m(x - x_0)$$

preferiam usar

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

A preferência por esta segunda forma, desajeitada, da equação da reta revelou-se tão persistente que terminou gerando outros estudos (Baldino et al, 1994, e Baldino, 1995).

Algumas das planilhas de mísseis, recolhidas logo após o jogo, continham apenas trajectórias horizontais, verticais ou diagonais. Na aula seguinte tarefas do tipo *verifique se tal míssil atinge tal alvo*, permitiram contacto mais próximo com esses alunos. Verificou-se que eles se mostravam indecisos sobre se o prolongamento de uma diagonal de um dos quadrados da base de mísseis passava necessariamente pelos vértices dos quadrados interceptados por esse prolongamento. Para decidir, apanhavam a régua e partiam para verificar cuidadosamente o traçado. A informação de que todos os quadrados eram iguais parecia não fazer sentido algum.

Para eles, o padrão geral do tabuleiro não se constituía como atrator das trajetórias, como seria de esperar se a proporcionalidade estivesse sendo usada "em acção".

O teste definitivo para saber se os objectivos didácticos de MALVINAS foram alcançados é saber se os jogadores conseguem jogá-lo usando um tabuleiro com o reticulado curvo da figura 5. Aos interessados em introduzir jogos na sala de aula, recomendamos a leitura de Cabral (1993). Para um estudo aprofundado da proporcionalidade em situação de quadriculados, indicamos Sanchez (1991). Para um acervo de materiais lúdicos, testados e experimentados em situações de ensino real, recomendamos Giménez (1993).

[1]A primeira versão desse jogo foi apresentada pelo autor, junto com Maria Eulália Souza Vani, Maria de Fátima Pacheco e Wanda Mohamad, na Reunião da Regional-Rio da Sociedade Brasileira de Educação Matemática realizada no CIEP José Pedro Varela, Rua do Lavradio, Rio de Janeiro RJ, em 27 de junho de 1987, representando o Curso de Matemática através de Materiais Concretos do Centro de Ciências da FAPERJ, com apoio do PADCT/SPEC/CAPES. MALVINAS foi usado em 1984 em disciplina experimental de Álgebra Linear e em disciplinas regulares de Cálculo para alunos da Faculdade de Farmácia da UFRJ. Foi usado também no Curso de Treinamento de Professores G-Rio de 1985 a 1988 e recentemente tem sido usado por Aparecido Donizeti na Escola Einstein em Limeira (SP), e por Luciana Scheufler nos Colégios Farroupilha e Rosário em Porto Alegre (RS).

Bibliografia

Baldino, R. R., Ciani, A. B., Cirino, M. C. de C. T., Lopes, A. R. L.V ., Pereira, P. S. (1994). *Do coeficiente angular da reta ao conceito de diferencial: critica ao ensino actual e proposta alternativa.* UNESP, Rio Claro, Grupo de Pesquisa-Ação em Educação Matemática, V ENEM, mimeografado. (Submetido para publicação à revista *Quadrante.*)

Baldino, R. R. (1995). *Object of knowledge and object of desire in a cooperative learning calculus course.* UNESP, Rio Claro. Mimeografado.

Cabral, T. C. B. (1993). Do Jogo ao Ludo ou da Sedução à Significação. *Boletim da SBEM-SP*, ano 7, nº 2 abril/junho.

Giménez, J. (1993). *Aprendendo álgebra a traves de juegos.* Universitat Rovira i Vigili, Barcelona.

Sanchez, L. B. (1991). *O Desenvolvimento da Noção de Semelhança na Resolução de Questões de Ampliação e Redução de Figuras Planas.* Dissertação de Mestrado. Faculdade de Educação da USP.

Roberto R. Baldino
UNESP, Rio Claro, Brasil

Matemática em Exame

Debate nacional sobre o ensino da Matemática

O ensino da Matemática continua a constituir um dos sectores mais problemáticos do sistema educativo português. Nos últimos anos, a Matemática tem sido chamada a desempenhar o papel de principal filtro seleccionador dos alunos na entrada no ensino superior. Esse papel tem vindo a condicionar de forma crescente as expectativas dos alunos e pais relativamente à disciplina e, por tabela, a prática pedagógica dos professores, principalmente no ensino secundário. Os estrangulamentos provocados por um sistema inadequado de selecção e avaliação estão a ter efeitos devastadores neste ponto do sistema, há muito fragilizado, ameaçando alastrar aos outros níveis.

O Ministério da Educação tem emitido sinais contraditórios quanto aos programas. Embora os documentos oficiais, com força de lei, contemplem um leque diversificado de objectivos e competências, certas determinações recentes parecem sobretudo preocupar-se com a leccionação forçada dos conteúdos. Desapareceu assim todo o respeito pelo ritmo de aprendizagem dos alunos sublinhado nos próprios documentos programáticos.

O ensino superior não está à margem deste ambiente conturbado. Pelo contrário, em quase todas as Faculdades onde se lecciona Matemática existe uma ou mais disciplinas onde os níveis de insucesso são absolutamente incompreensíveis. Mas como isso não acontece a todas as disciplinas, a responsabilidade não pode ser simplesmente assacada à proverbial "má preparação" dos alunos. O ensino superior tem, de resto, emitido sinais muito contraditórios acerca dos aspectos que mais valoriza nas competências dos alunos que nele ingressam. Enquanto que nuns casos se dá especial atenção à capacidade de raciocinar matemáticamente, noutros casos parece sobretudo pretender-se um grande domínio de técnicas de cálculo. E, enquanto isso, continua a tirar-se muito pouco partido das possibilidades das novas tecnologias — o que neste nível de ensino é completamente injustificável.

Estas questões têm sido debatidas em diversos foruns, mas raramente duma forma global e articulada. É isso que se pretende no debate nacional sobre o ensino da Matemática organizado pelas Universidades Aberta e de Lisboa, com a participação de docentes das áreas da Matemática e da Educação Matemática de diversas instituições do ensino superior, de docentes de todos os outros níveis de ensino, bem como das organizações mais representativas ligadas à Matemática, incluindo a APM.

A elaboração de um diagnóstico da situação e o estabelecimento de linhas de diálogo entre todos os intervenientes no ensino da Matemática é um primeiro passo, essencial, para a concertação de uma estratégia de acção e intervenção que permita redefinir o papel educativo da Matemática e fazer da sua aprendizagem um experiência verdadeiramente formativa para todos os alunos. Esperemos que este debate possa dar um bom contributo neste sentido.

Local e data
Reitoria da Universidade de Lisboa, 8 e 9 de Maio de 1995
Alameda da Universidade, 1600 LISBOA
Informações
Secretariado Matemática em Exame
Universidade Aberta
Rua da Escola Politécnica, 141, 1250 LISBOA
Telefone 01-3972334; Fax 01-3973229

João Pedro da Ponte
Universidade de Lisboa