O problema do trimestre

Sobre o problema anterior

Na última edição de ***Educação e Matemática*** propusemos um problema que apareceu há uns anos na *PLOT*, a revista de uma associação regional francesa de professores de Matemática:

Temos quatro números reais A, B, C e D, todos maiores que 1.

Há dois cuja soma é D.

Há dois cuja diferença é D.

Há dois cujo produto é D.

Há dois cujo quociente é D.

Quais são os números?

Dois ou três dias depois da revista ter sido enviada pelo correio chegou a primeira resposta, num record de rapidez! É da autoria de Raul Aparício Gonçalves, de Valongo. Mas depois dessa só chegou outra, de Alberto Canelas (Queluz).(*)

Eis, resumidamente, como Alberto Canelas resolve o problema:

Como os números são superiores a 1:

– da 1ª e 3ª condições resulta que dois dos números (a que chamaremos A e B) são menores que D;

– da 2ª e 4ª condições resulta que o outro número (C) é maior que D.

A 1ª e 3ª condições dão origem a duas equações:

$$D=A+B \text{ e } D=AB$$

A partir da 2ª e 4ª condições, há a considerar cinco casos diferentes.

1. $D=C-A$ e $D=\frac{C}{A}$

Resolvendo o sistema formado pelas duas primeiras equações mais estas duas, em ordem a A, vem A=1, o que é impossível.

2. $D=C-A$ e $D=\frac{C}{B}$

Resolvendo o sistema das quatro equações vem

$A=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ = número de ouro Φ

$B=A^2=\Phi^2$

$C=A^3=\Phi^3$

$D=A^4=\Phi^4$

3. $D=C-A$ e $D=\frac{C}{D}$

Resolvendo em ordem a B vem

$B^3-B^2+1=0$

Como B>1, então logo não há soluções nas condições do problema.

4. $D=C-D$ e $D=\frac{C}{A}$

Resolvendo o sistema vem

A=2 B=2 D=4 C=8

5. $D=C-D$ e $D=\frac{C}{D}$

Resolvendo em ordem a D vem D=0 ou D=2, o que é impossível porque D>2.

Conclusão, o problema tem duas soluções:

(I)	2	2	4	8
(II)	Φ	Φ^2	Φ^3	Φ^4

(*) Já este artigo estava pronto quando chegou uma terceira resolução (correcta) enviada por Judite de Barros (Lisboa).

José Paulo Viana
Esc. Sec. de Carnide

Problema proposto

MENSAGENS TROCADAS

Na véspera da batalha de Aljubarrota, D. Nuno Álvares Pereira estava no acampamento das tropas portuguesas quando enviou um mensageiro a pé em direcção ao Norte com uma carta para o alcaide de Coimbra.

Quinze minutos depois enviou outro mensageiro, também a pé, em direcção a Sul com uma carta para o alcaide de Lisboa.

Passados mais quinze minutos, D. Nuno apercebeu-se que se tinha enganado nas cartas: a de Lisboa ia para Coimbra e vice-versa.

Chamou um cavaleiro e encarregou-o de ir ter com os mensageiros, desfazer a troca de cartas e regressar depois ao acampamento.

O cavaleiro, que se deslocava quatro vezes mais depressa que uma pessoa a pé, ficou indeciso em relação a qual dos mensageiros se dirigir primeiro.

Como seria mais rápido e portanto menos cansativo: ir primeiro para Norte ou para Sul?