Filosofia da matemática para professores?

Maria da Graça Correia

A forma como cada um de nós, professores, encara a matemática, vai influenciar as nossas decisões na sala de aula, particularmente a nossa abordagem dos assuntos, e a ênfase que atribuímos a determinados temas em prol de outros.

O que devem os professores de Matemática saber acerca da filosofia da matemática

Com certeza que ninguém põe em causa a importância do conhecimento de alguma matemática para o professor de Matemática, pelo menos da matemática que ele ensina, aliás, dir-se-ia que isso nem é discutível. Mas quando se trata da filosofia da matemática, a questão muda de figura.

Lembro-me da conversa que tive com duas das minhas colegas, depois de termos lido os textos dos *Cadernos de Educação e Matemática nº 1* — A Natureza da Matemática — editados pela APM. Nessa altura, qualquer uma de nós já tinha vários anos de ensino e a questão da natureza do saber que leccionávamos nunca se nos tinha posto. O nosso ensino era, e julgo que continua a ser, bastante influenciado pelo que tínhamos observado nos nossos professores, donde se explica, talvez, as nossas diferentes concepções sobre a matemática e consequentemente, sobre o seu ensino. Se a leitura dos textos provocou alguma mudança na nossa prática, isso é difícil de afirmar, mas com certeza que permitiu trocas de opiniões e reflexões.

Todas nós estávamos de acordo que a matemática era uma ciência exacta, constituída por tópicos logicamente encadeados e rigorosa nos seus métodos; no entanto, para duas de nós, não eram estas as características que nos tinham levado a optar pelo seu estudo. Do que nós gostávamos era do desafio inerente à matemática, dos jogos de raciocínio que ela nos permitia e era assim, que queríamos transmiti-la aos nossos alunos. Na leitura do último texto desses cadernos, a visão nova que o matemático Imre Lakatos propõe, de uma matemática crescendo por provas e refutações dentro de uma sala de aula, distinta do estudo formal de sistemas abstractos, usualmente apresentados nos livros num estilo estritamente dedutivo, foi para nós duas reconfortante. Era dessa tentativa e erro, desse processo dialéctico seguido na descoberta de novas soluções, que nós mais gostávamos.

A outra colega era mais apologista de uma visão formal, dizendo que era necessário incutir nos alunos desde cedo a necessidade do rigor em matemática. Aliás, passou-se connosco um episódio, que julgo ser significativo: esta nossa colega estava a corrigir um teste que tinha dado aos alunos do 11º ano, onde, numa das questões pedia para demonstrar que a sucessão de termo geral n^2-2n-3, era um infinitamente grande positivo. Uma das alunas resolvia o problema tratando a sucessão como se fosse uma função quadrática e, determinando os seus zeros e vértice, concluía que os pontos da sucessão se encontravam sobre o ramo ascendente de uma parábola, pelo que a sucessão tendia para infinito positivo. O problema da nossa colega era, então, o da classificação que deveria atribuir à questão, uma vez que para ela não se podia chamar demonstração àquela forma de resolução, onde a definição de infinitamente grande não era ponto de partida. Esse problema, para nós, nem se punha, não havia exigência expressa do uso da definição e a aluna tinha sido capaz de utilizar, numa situação nova, um conhecimento anterior. No mínimo, deveria ser-lhe atribuída a classificação máxima.

A forma como cada um de nós, professores de Matemática, encara a disciplina que lecciona, desde esse saber com que lidamos à forma como entendemos o que é ensinar e aprender Matemática, vai influenciar as nossas decisões na sala de aula, particularmente a nossa forma de abordagem dos assuntos e a ênfase que atribuímos a determinados temas em prol de outros. Neste sentido, René Thom afirma, "toda a pedagogia da matemática, mesmo que pouco coerente, assenta numa filosofia dessa ciência", o que nos pode levar a concluir que mudanças nas concepções dos professores sobre a matemática podem contribuir para mudanças significativas no ensino desta ciência.

A filosofia da matemática torna-se deste modo fundamental para um professor de Matemática, pelo que é então importante decidir quais dos seus temas têm, neste caso mais, relevância.

Que assuntos e problemáticas da filosofia da matemática?

A matemática não é uma entidade definida num texto de um filósofo, ela é um aspecto da nossa experiência, da nossa realidade. Mas, desde sempre, o pensamento matemático assentou em alicerces filosóficos, mais ou menos explícitos, que guiaram a história da matemática e o desenvolvimento desta ciência.

Uma melhor compreensão do que é a matemática só pode ser enriquecida e encorajada pelo conhecimento das fontes dos problemas, os quais renovam e mantêm a matemática, permitindo-nos observar as mudanças que se foram operando ao longo dos tempos e até arriscar predições futuras. Assim, a história da matemática mostra-nos uma, matemática em mudança constante, desafiando a visão ainda prevalecente de uma ciência estática, de verdades acumuladas. No entanto, a História não é final nem certa, mas dependente das filosofias da matemática que guiam as nossas reconstruções; deste modo, estaremos fazendo um mau serviço ao sugerir que os métodos histórico ou o de provas e refutações devem simplesmente suplantar o método axiomático, como uma metodologia intocável para a educação matemática. O que se deve sugerir é um ecletismo disciplinado em direcção a um conhecimento mais profundo das várias possibilidades alternativas de escolha, quando se quer ensinar Matemática. Muitos pontos centrais podem emergir quando se opta por uma visão global, mas perdem-se com certeza na visão estreita do tipo axioma-teorema-prova. As questões podem nascer das diferentes naturezas da matemática, bem como da sua origem e desenvolvimento.

Assim, o que se sugere é uma visão geral da filosofia da matemática, ligada à história desta ciência, donde nunca poderá ser separada e com ênfase especial no seu período crítico, a "crise nos fundamentos". A visão de Lakatos, que resulta das novas tendências da filosofia da ciência, colocando a matemática, no contexto informal, como falível e questionável, crescendo através de elaborações de conjecturas cada vez mais plausíveis, deverá ser obrigatória para qualquer professor de Matemática.

Mas o que é, de facto, importante é que cada professor reflicta sobre as diferentes visões da natureza da matemática e na razão da sua existência. Como surgiu a matemática? Como se faz matemática? O que é para mim a matemática? Quais são os objectos com que lida esta ciência? Que relação tem a matemática com o indivíduo e com a sociedade? Porque ensinamos matemática? Como devemos ensinar Matemática? Estas interrogações devem ser preocupação de todo o professor de Matemática e é aí que a filosofia pode realizar o seu papel fundamental.

Por que razões privilegiar estas problemáticas da filosofia da matemática?

Davis e Hersh (1981) argumentam que o platonismo, o formalismo e o construtivismo são diferentes maneiras de olhar para a matemática. Esses autores usam a analogia de uma pessoa sentada na consola de um sistema de gráfico interactivo, manuseando no teclado as diferentes representações de um hipercubo, rodando-o para perceber como uma visão se transforma na outra. O observador, gradualmente, constrói uma visão compreensiva da coisa em si, distinta das visões parciais observadas. Do mesmo modo, cada professor de Matemática pode construir a sua visão da matemática integrando as várias imagens que lhe são fornecidas pelas várias filosofias da matemática, quer as de tradição fundamentista, indicadas atrás, quer a completamente distinta apresentada por Lakatos. Só através do ecletismo já referido, o professor poderá encontrar a sua resposta às questões fundamentais descritas anteriormente e, assim, contribuir, se não para uma melhoria significativa do ensino da Matemática, pelo menos para uma melhor fundamentação da sua prática, a qual deve estar sempre presente em qualquer reflexão filosófica sobre o ensino da Matemática.

A ênfase a atribuir à época crítica da filosofia da matemática (a crise dos fundamentos) e à visão de Lakatos justifica-se pelas diferentes visões que apresentam sobre a matemática, permitindo discussões mais alargadas. Em particular, a visão de Lakatos, mais próxima da realidade da prática da matemática, mostrando que o formalismo é apenas a imagem pública que a matemática usa oferecer, torna-se fundamental em qualquer filosofia da matemática, providenciando as bases de um trabalho produtivo à volta das questões da natureza dá Matemática e das implicações educativas das diferentes filosofias.

Nas publicações sobre assuntos matemáticos, os métodos de trabalho e descoberta estão completamente ausentes, embora, em casos eventuais, uma muito leve alusão possa ser feita. Mas o papel do professor não é simplesmente transmitir um corpo de conhecimentos livresco, mas sim ajudar o aluno, clarificando e não escondendo, o modo como se obtiveram esses conhecimentos, bem como favorecendo a aprendizagem através de diferentes abordagens, garantindo sempre a liberdade de o aluno fazer perguntas e exprimir as suas ideias, sem medo de errar, utilizando exemplos, contra-exemplos e aplicações dos assuntos tratados. Só assim o professor poderá incutir no aluno uma visão mais real do que é a matemática, bem como o espírito filosófico cada vez mais necessário nos nossos dias, onde a reflexão anda distante do quotidiano. Para isso, o professor deve ser ele próprio dotado desse espírito, que uma filosofia da matemática bem conduzida pode ajudar a desenvolver.

Como levar a cabo a formação de professores em filosofia da matemática?

Qualquer formação em filosofia deve ter em conta, a meu ver, mais do que o estudo de textos filosóficos, o estudo filosófico de textos. É assim que encaro a formação dos professores de Matemática em filosofia da matemática, quer ela se passe ao nível da formação inicial e, neste caso, inserida na cadeira de Metodologia da Matemática, quer se processe em acções de formação ao nível de uma formação contínua. Neste último caso, julgo ser imprescindível o trabalho em grupos pequenos, onde a reflexão e a troca de ideias são possíveis e, talvez, num tempo alargado, tomando mais a forma de seminários.

A partir daqui, cabe ao professor, individualmente, reflectir sobre o saber matemático e o seu ensino. O trabalho de adaptação, de interrogação e de crítica está nas suas mãos. É desse poder que ele deve fazer uso dentro da sala de aula.

Referências

Davis, P.J.&R.Hersh (1980). *The mathematical experience*. Boston; Birkauser. (cap. 7)

Guimarães, H. M. (1990). (Tese de mestrado). Lisboa: DEFCUL.

Higginson, W (1980). On Foundation of Mathematics Education. *For the learnings of Mathematics*, Vol1, num 2, 3-7.

Kilpatrick, J. (1981). The Reasonable ineffectiveness of Research in Mathematics Education. *For the learning of Mathematics*, vol,8 num 2, 22-28.

Nickson, M. (1985). Aspects of Professional Life of Teachers. *For the learning of Mathematics*, vol 5, num 2, 29-30.

Pimm, D. (1983). Why the History and Philosophy of Mathematics Should not be Rated X. *For the learning of Mathematics*, vol 3, num 3, 12-14.

Plunkett, S. (1981). Fundamental Questions for Teachers. *For the learning of Mathematics*, vol 2, num 2, 46-48.

Maria da Graça Correia
Universidade da Madeira

Dificuldade na visualização dos objectos matemáticos

J. Orlando de Freitas

"Quem não vê é como quem não sabe."

Leia o seguinte texto[1], supondo que depois será questionado sobre o mesmo.

> Um jornal é melhor do que uma revista. Um cume ou encosta é melhor do que uma rua. Ao início parece que é melhor correr do que andar. É preciso experimentar várias vezes. Prega várias partidas, mas é fácil de aprender. Mesmo as crianças podem achá-lo divertido.
>
> Uma vez com sucesso, as complicações são minimizadas. Os pássaros raramente se aproximam. Muitas pessoas às vezes fazem-no ao mesmo tempo, contudo pode causar problemas. É preciso muito espaço. É necessário ter cuidado com a chuva, pois destrói tudo. Se não houver complicações, pode ser muito agradável. Uma pedra pode servir de âncora. Se alguma coisa se partir perdêmo-lo e não teremos uma segunda hipótese.

Cada frase parece fazer sentido, mas a maior parte das pessoas ficará com a sensação de que na realidade não percebeu praticamente nada do conteúdo. Volte atrás e tendo agora em atenção que o presente texto relata sobre papagaios de papel, leia-o novamente e compare com a primeira leitura.

Consegue ver a diferença da sua compreensão nesta segunda leitura? Agora é possível visualizar mentalmente tudo o que é referido no texto. Esta visualização é quase sempre sinónimo de entendimento. Na verdade, quando sabemos do que se trata, é muito mais fácil compreender e contribuir para uma melhor memorização e motivação sobre o assunto. A seguir são apresentadas duas situações em que se exemplifica que o trabalhar no abstracto faz confusão a certos cidadãos. No filme *Perigo Eminente* há uma cena em que um médico, ao estudar a inteligência de um seu paciente, lhe diz: "Suponha que você estava no meio de um deserto e..." De repente, o paciente interrompe perguntando: "Mas qual?". Num dos programas de questionários da RTP, perguntaram a um participante quanto era 12x6 e este desconfiado pergunta: "12 vezes 6 quê (metros, litros, etc.)?" E foi então que o apresentador lhe disse "12 vezes 6 litros", e assim o concorrente lá conseguiu fazer o respectivo cálculo.