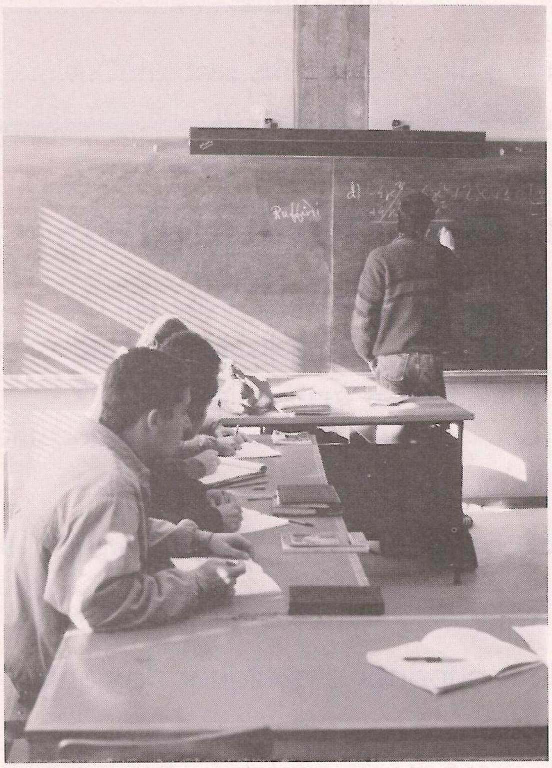


Foto: H. M. Guimarães

Da aritmética para a álgebra e o domínio da linguagem simbólica

Maria José Carinha Bóia

Dentro dos objectivos gerais dos programas de Matemática dos 2º e 3º ciclos e na perspectiva de desenvolver a capacidade de comunicação, é indicado o seguinte objectivo: "transcrever mensagens matemáticas da língua materna para a linguagem simbólica e vice-versa".

Este objectivo reaparece, no desenvolvimento do programa, escrito sob outras formas: "traduzir em linguagem matemática uma situação dada em linguagem corrente e reciprocamente", ou, "traduzir dados de um problema de uma linguagem para outra (verbal, gráfica, simbólica)", ou ainda, "traduzir um problema por meio de uma equação", etc.

Na minha prática lectiva lembro-me de actividades mais ou menos penosas em que se pretende que o aluno escreva a expressão numérica que "traduz uma afirmação" ou que "traduz o problema" ou ainda, numa tentativa de se ser mais rigoroso na linguagem, que "traduz o processo seguido para chegar à solução". Há ainda o problema inverso em que se pede ao aluno que invente ou complete um problema cuja solução é dada por uma determinada expressão numérica.

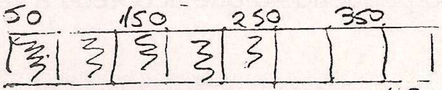
No meu entender estas actividades são inibitórias na resolução de problemas e apenas um número demasiado reduzido de alunos as consegue realizar com sucesso. A escrita das expressões numéricas envolve a consideração simultânea de vários passos e alguns alunos parecem não ser capazes de o fazer com facilidade.

Os resultados destas actividades não são satisfatórios. Os alunos oferecem resistência a fazer traduções formais e tendem a procurar outro tipo de representações que lhes são mais compreensíveis.

Como exemplo transcrevo a resolução de um problema de um aluno do 6º ano, numa altura em que eu esperava (desejava?) que na resposta aparecesse uma expressão numérica.

Problema

Na 2ª feira passada, a cantina recebeu 400 bolos. No turno da manhã venderam-se 5/8 dos bolos. Quantos bolos ficaram para a tarde? (apresenta os cálculos)



50 × 3 = 150

R: Ficaram 150 Bolos

Tenho abordado esta questão com várias colegas, questionando a eficácia destas traduções ao nível do 2º ciclo, sem ter, contudo, chegado a conclusões satisfatórias. Algumas objecções são no sentido de que este é o salto necessário que tem em vista uma crescente abstracção, uma gradual apropriação da linguagem simbólica e a transição próxima para a álgebra. As vantagens enunciadas justificam o desânimo e frustação que criam? A que nível se situam as dificuldades que os alunos revelam a este propósito?

Actualmente, o estudo das equações faz-se no 7º ano mas, nos anteriores programas, era iniciado no 5º ano . Os argumentos de que as dificuldades assentam numa abstracção e formalização precoces, ou no não reconhecimento da vantagem do uso das equações para resolver problemas que os alunos estavam habituados a resolver mentalmente ou por outros processos, terão perdido o seu fundamento?

Tendo em mente as dificuldades sentidas com os meus alunos, interessei-me pelo estudo "Dificuldades conceptuais na tradução de problemas para equações" (Matos,1985), feito com alunos do 10º e 11º anos, e que é mais um contributo para o conhecimento dos processos cognitivos utilizados pelos alunos neste tema.

Este estudo tinha como objectivos:

- identificar estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas através de equações lineares;
- clarificar processos de raciocínio;
- identificar e interpretar as dificuldades conceptuais dos alunos na tradução para equação de problemas verbais, nomeadamente no que respeita ao conceito de igualdade e de variável.

As estratégias utilizadas pelos alunos foram categorizadas em quatro grupos:

- arranjo ordenado de palavras, em

que "o aluno assume que a ordem das palavras chave vai ter uma correspondência directa com a ordem dos símbolos que irão surgir na equação";

- comparação estática, onde o aluno, "embora fazendo um arranjo ordenado de símbolos de acordo com a sintaxe do texto", faz, também, "uma leitura semântica do problema, na medida em que procura o significado do texto";
- comparação operativa, onde parece surgir uma preocupação em construir operações que permitam, respeitando o sentido do texto, obter uma equivalência;
- abordagem funcional, em que, usando naturalmente a comparação operativa, há uma preocupação em encontrar uma relação que parece ser vista no sentido dinâmico.

A primeira e a segunda estratégias foram as mais utilizadas. Como pontos críticos na tradução de um problema verbal para equação, o autor refere : o uso das letras, a explicitação da relação funcional entre as variáveis e, o desenvolvimento do conceito de igualdade.

Assim, de acordo com o estudo, os alunos não dão uma definição precisa e estável às letras que utilizam. O significado inicial da letra (variável, incógnita) perde-se ao longo da resolução do problema, sendo a letra utilizada em termos distintos e contraditórios dentro de um mesmo problema. Os alunos mais velhos (11° ano) são os que mostram maior sensibilidade à abordagem funcional dos problemas, sendo esta relação funcional que permite evidenciar o carácter dinâmico das variáveis e, portanto, da equação.

Refere-se ainda o desenvolvimento do conceito de igualdade como uma das "mais críticas e subtis mudanças na aprendizagem da matemática", diferenciando este conceito no contexto da aritmética e no contexto algébrico. No contexto aritmético o sinal de igual é utilizado como:

- uma relação entre um problema colocado e o resultado da sua execução;
- uma relação entre expressões com o mesmo valor;
- um continuador de um processo de cálculo (por exemplo: 3x(5-2)=15-6=9)

No contexto algébrico das equações lineares foram identificados os seguintes conceitos de igualdade:

- operador de relação, em que a igualdade é vista como o fiel de uma balança, num sentido estático, não tendo as variáveis um papel estabilizador naquele equilíbrio;
- operador resultado, em que se manifesta uma confusão entre a solução da equação e o valor numérico que se encontra no segundo membro;
- verbalizador-continuador, em que a igualdade é utilizada em contexto algébrico e aritmético sem distinção e o sinal de = é o suporte para verbalizar uma acção habitualmente decorrente do 1° para o 2° membro da equação.

Nas suas conclusões o autor refere que a resolução de problemas não deve ser encarada como a aplicação de conhecimentos (neste caso do conceito de equação e do conhecimento da sua resolução). Diz também que os conceitos de equação e de variável devem ser objecto de actividades que permitam aos alunos conceber as equações numa perspectiva operativa e funcional, isto é, as equações representam operações activas sobre variáveis criando uma relação de igualdade. Os alunos dominam razoavelmente as técnicas de resolução de equações mas não realizam com sucesso a construção e interpretação de equações face a uma situação problemática, o que leva a abordar a questão entre conhecimento e representação do conhecimento. Para o professor o conhecimento das estratégias utilizadas e das estruturas conceptuais envolvidas na tradução de problemas para equações pode facilitar a definição de estratégias de ensino e o delineamento de actividades que permitam aos alunos encarar os problemas com confiança e resolvê-los com sucesso.

Comentários e reflexões

A utilização de equações é uma estratégia de resolução de problemas que apresenta vantagens na eficácia e rapidez para atingir a solução. É importante que os alunos sintam essa vantagem e possam comparar a resolução de um problema feito por tentativa e erro, por exemplo, com a sua resolução por meio de uma equação. A capacidade de resolução de problemas não pode ser desenvolvida usando apenas a resolução de equações. No entanto, ela tem de ser praticada porque exige uma técnica que se adquire praticando e aplicando a problemas variados. A questão está em não confundir o desenvolvimento do raciocínio e da capacidade de resolução de problemas com o desenvolvimento de automatismos e de técnicas de cálculo.

As dificuldades conceptuais encontradas na tradução de problemas em equações centram-se nos conceitos de variável, função e de igualdade. Estes conceitos são indispensáveis no estudo da álgebra. A detecção destas dificuldades levanta algumas questões de ordem prática: que processos se podem utilizar para a aquisição destes conceitos? que etapas se devem ambicionar nos diferentes níveis de ensino?

Alguns professores consideram que os alunos devem construir o conceito de equação intuitivamente antes de oformalizarem, ancorando-o em conceitos aritméticos que lhe dêem significado. Assim, por exemplo, propõem processos de expansão progressiva do significado do sinal de igual (de resultado de uma operação, até ao de identidade aritmética com várias operações de "ambos os lados") e a construção de equações a partir de identidades aritméticas em que as letras substituem "números escondidos".

Para estes professores, mesmo que os alunos não desenvolvam grande capacidade de tradução de problemas verbais ou de descoberta de estratégias para a resolução de problemas, podem compreender o que é a álgebra, sem que ela seja completamente mistificada e sem que eles se sintam intelectualmente inadaptados.

Esta perspectiva engloba uma outra que considero muito importante e que é a de que a aquisição de conceitos deve ser feita por etapas, definidas para os diferentes níveis etários. O conceito de variável, por exemplo, poderá ser introduzido na escola primária, ou nos anos mais elementares, de tal modo que o significado das letras surja de um modo natural e intuitivo, adequado à maturidade dos alunos. Muitas vezes os percursos são muito rápidos e compactos, o que não dá_ tempo a que o aluno se sinta confortável com os conceitos adquiridos já que, na semana seguinte, uma forma mais sofisticada vem substituir a anterior. A falta deste alargamento progressivo e espaçado dos conceitos faz com que os alunos não compreendam e, por vezes, aceitem muito mal o uso das letras.

O conhecimento das estratégias utilizadas pelos alunos e dos conceitos por eles adquiridos é muito importante para a compreensão de todo o processo de ensino aprendizagem. Penso, agora, que o meu aluno estava certo, quando não atendeu aos meus esforços para desenvolver nele processos mais formais, sem os quais passava bem, ou até ... melhor. Para tudo é preciso tempo. Sinto gosto em ver como ele faz uma representação do "todo", a divide em oito partes iguais, e distingue cinco partes das restantes, o que revela domínio correcto do conceito de fracção. A intervalos iguais faz corresponder valores iguais de um modo alternado, para ser mais claro na exposição, até atingir o "todo" (400), usando uma noção intuitiva de escala. Finalmente... saberá o significado do multiplicador e do multiplicando num produto? Talvez não, mas sabe quais são as vantagens de um produto sobre uma soma de parcelas iguais.

A matemática tem um grande poder para representar e comunicar ideias de forma concisa. Nos anos mais avançados, os métodos de comunicação matemática tornam-se mais simbólicos e formais. O desembaraço na linguagem e na notação matemática permite aos alunos elaborarem múltiplas representações de ideias, exprimir relações e formular generalizações.

No entanto, a utilização do simbolismo tem de evoluir como uma extensão natural e um aperfeiçoamento da linguagem dos alunos, desempenhando a comunicação um papel importante como elo de ligação entre as noções informais e intuitivas e a linguagem abstracta e simbólica da matemática. A comunicação, isto é, falar, ouvir, ler, escrever, representar, ajuda o aluno a clarificar o pensamento e a aguçar a compreensão. Cabe ao professor estimular o aparecimento de situações que a favoreçam.

Referências

Matos; J. F. (1985). Dificuldades conceptuais na tradução de problemas para equação. In D. Fernandes (ed.) *ProfMat 1. Lisboa: APM*

Maria José Carinha Bóia
Escola C+S de Queijas

Problemas de linguagem

Há uns meses atrás uma amiga minha, também professora de matemática, tentava explicar ao filho a diferença entre linguagem corrente e linguagem matemática. O filho frequentava o ciclo preparatório e não estava a perceber esta questão, tendo pedido ajuda à mãe. Já sem muita paciência (não sei bem porquê, mas parece-me que temos sempre menos paciência para ensinar os nossos filhos), uma vez que a criança não estava a perceber o que a mãe lhe dizia, esta perguntou:

— Mas afinal, diz-me lá: onde é que tu ouves falar em linguagem corrente?

— Nas aulas de Matemática! — respondeu prontamente o filho, sem qualquer hesitação.

Ao ler o artigo "Da aritmética à álgebra" da M.José Boia, incluído nesta revista, veio-me esta história à memória, contada um dia na sala de professores. Juntamente com esta recordação, muitas interrogações: que sentido faz obrigar crianças tão novas a distinguir estes dois tipos de linguagem? Não deverá a linguagem matemática ser inserida de modo natural ao longo do ensino, sem obrigar os alunos a expressarem-se de uma forma que não sentem? Não estaremos com isto a exigir às crianças um nível de abstração exagerado para a sua idade, e a transformar algo que pode ser intuitivo em autêntico *chinês*, contribuindo desta forma para o afastamento em relação à matemática?

Num livro do 5º ano pode ler-se:

"(...) em linguagem corrente dizemos o Malhado, a Branquinha e o Riscado são pombos-correio do meu vizinho Sr. João; em linguagem matemática dizemos o conjunto formado pelo Malhado, a Branquinha e o Riscado é o mesmo que o conjunto formado pelos pombos-correio do meu vizinho Sr. João; em linguagem simbólica da Matemática escrevemos {Malhado, Branquinha, Riscado}={pombos-correio do meu vizinho Sr. João}. Em linguagem corrente dizemos que dez não é um número ímpar, em linguagem matemática dizemos dez não é elemento do conjunto formado pelos números ímpares, e em linguagem simbólica matemática dizemos... (segue-se a notação adequada com tudo escrito como deve ser).

Felizmente, pensei, é um texto relativo ao antigo programa. Consultei o índice de alguns livros actuais do 7º ano e num deles encontrei uma secção intitulada linguagem matemática/ linguagem corrente. Entre os muitos exercícios propostos, pede-se: "calcule o quadrado do simétrico do inverso de 4". Pobres crianças de 12 anos!

Ana Vieira
Escola Secundária de Linda-a-Velha