Materiais para a aula de Matemática

A ficha que apresentamos nas páginas seguintes faz parte dos materiais utilizados pelo Projecto GEM — Gráficas no Ensino da Matemática, um dos projectos em desenvolvimento no Centro de Formação da APM, envolvendo alguns professores do ensino secundário. Trata-se de uma adaptação de *Connecting Mathematics*, Addenda Series do NCTM e foi proposta aos alunos do 10º ano, antes de iniciarem o estudo da função quadrática. Posteriormente, depois do estudo da referida função, foi dada a oportunidades aos alunos de melhorarem as respostas à última parte da ficha. Esta mesma ficha foi apresentada aos alunos do 11º ano, como aplicação de um tema já tratado.

Projecto GEM

Materiais para a aula de Matemática

Quadrados com fósforos

Vamos trabalhar com quadrados em que os lados são constituídos por fósforos. Ao falarmos do quadrado 1x1 estamos a considerar um quadrado em que cada lado é 1 fósforo. Ao falarmos dos quadrados 2x2 ou 3x3 estamos a pensar nos quadrados com 2 e com 3 fósforos de lado, mas subdivididos em quadrados do tipo 1x1 (ver figura 1).

Vamos tentar encontrar uma função que nos permita saber o número de fósforos necessários para construir um quadrado em que o lado é um número qualquer de fósforos.

1. Quantos fósforos são precisos para o quadrado 1 x 1? E 2 x 2? E 0 x 0?
2. Regista numa tabela os resultados da tua observação.

Mas, para resolveres o problema colocado — encontrar uma função que te permita determinar o número total de fósforos para construir o quadrado K x K — é preciso recolher mais dados. Vamos experimentar.

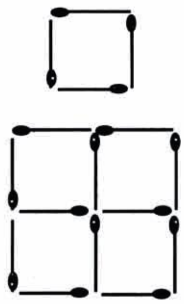

fig.1

3.Uma forma simples de contar o número de fósforos necessários para umdeterminado quadrado (K x K), é contar apenas os fosforos que se acrescentam ao quadrado anterior (K-1) x (K-1).
Observa a figura 2 e repara como se passa do quadrado 2 x 2 para o quadrado 3 x 3. Os novos fósforos foram agrupados em conjuntos assinalados com pequenos traços: I, II, III ou IIII.

Há quatro conjuntos, cada um com três fósforos. Ou seja, para construir o quadrado 3 x 3 a partir do quadrado 2 x 2 são precisos mais doze (4 vezes 3) fósforos.

Experimenta agora ver o que acontece quando passas do quadrado 3 x 3 para o quadrado 4 x 4.

Quantos fósforos há agora em cada conjunto?
Quantos conjuntos formaste?
Qual é o número de novos fósforos?
Qual é o número total de fósforos do quadrado 4 x 4?

Continua a registar os dados recolhidos na tua tabela.

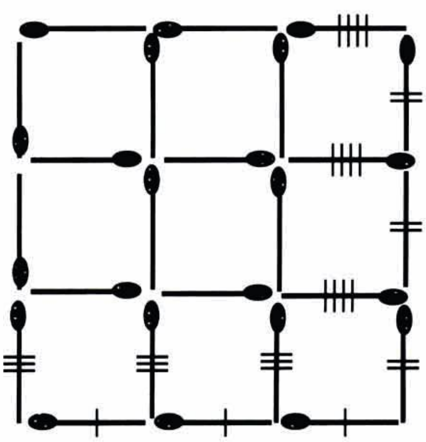

fig. 2

4. Considera agora um quadrado K x K e o quadrado (K+1) x (K+1) (fig.3). Quantos novos fósforos precisas para passar de um para outro?
(Utiliza o esquema de contagem anterior e verifica quantos conjuntos formas, qual o número de fósforos de cada conjunto e finalmente qual o número de novos fósforos).
5. Testa a fórmula que encontraste, para os casos já conhecidos.

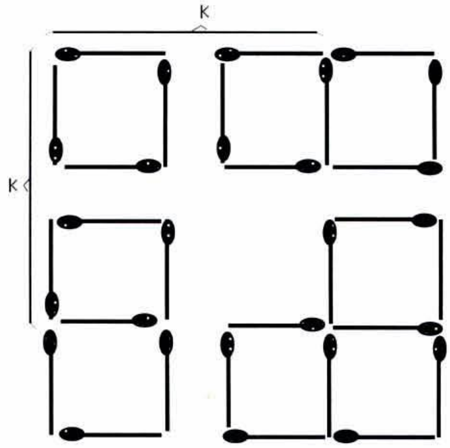

fig. 3

Vamos voltar ao nosso problema inicial: encontrar a função para o número total de fósforos de um quadrado qualquer.

6. Muitas vezes, em matemática, ultrapassam-se os limites da realidade. Imagina quadrados do tipo (-1)x(-1) e (-2)x(-2). Quantos fósforos prevê a tua fórmula que são necessários para passar de (-2)x(-2) para (-1)x(-1) e de (-1)x(-1) para 0x0? Qual o número total de fósforos em cada caso?
7. Como primeiro passo, representa graficamente os pares de valores registados.
8. Analisa o gráfico e compara-o com o da função $f(x) = x^2$.
9. Será esta função um bom modelo para resolver o problema proposto?
10. Utiliza a tua calculadora gráfica para encontrar a função que melhor represente esta situação. Apresenta e organiza o melhor possível os teus raciocínios. Desenha os gráficos e indica os valores (número de fósforos) que cada uma das funções te permite obter, bem como as razões que te levam a optar por uma função e não por outra.

tabela

Nº de fósforos em cada lado do quadrado	Nº total de fósforos
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	

gráfico