

## Para este número seleccionámos

### Porque é que menos por menos dá mais?

Algumas respostas inconsistentes a esta pergunta podem consolidar a repugnância ou indiferença de certos alunos pela matemática. O texto que se segue ilustra esta realidade. O escritor francês Stendhal critica as razões sem razão, frequentemente invocadas para justificar as chamadas regras dos sinais. Num segundo texto apresentamos um modelo coerente para a adição e a multiplicação de números inteiros, concebido por Jackie Sip, que talvez amenizasse a inquietação de Stendhal e, quem sabe, dos nossos alunos.

#### Stendhal e a regra dos sinais

O meu entusiasmo pela matemática deve ter tido como base principal a minha repugnância pela hipocrisia a qual, para mim, significava a tia Séraphie, Madame Vignon e os seus párocos.

Do meu ponto de vista, a hipocrisia era impossível em matemática e na minha ingenuidade juvenil pensava que devia ser assim em todas as ciências às quais a matemática se aplicava. Que choque foi descobrir que ninguém conseguia explicar-me porque é que menos multiplicado por menos é igual a mais ( $-x \cdot - = +$ )! (Esta é uma das bases fundamentais da ciência conhecida como álgebra). Não apenas as pessoas deixavam de me explicar esta dificuldade (e ela é certamente explicável porque conduz à verdade) mas, o que era pior, explicavam-na com razões que, evidentemente, estavam longe de ser claras para elas próprias.

O senhor Chabert, quando o pressionei, tornou-se confuso, repetindo a lição, a mesma lição a que eu tinha objectado, e no fim de contas parecia dizer-me: "Mas é o costume; toda a gente aceita esta explicação. Ora, Euler e Lagrange, que presumivelmente eram tão bons como você, aceitaram-na!" (...) Lembrome que quando falei da minha dificuldade sobre menos multiplicado por menos

a um dos alunos brilhantes ele riu-se de mim. (...).

Passou muito tempo até que me convenci de que a objecção sobre  $-x \cdot - = +$  simplesmente não entrava na cabeça do senhor Chabert, que o senhor Dupuy nunca responderia salvo com um sorriso arrogante e que os alunos brilhantes a quem punha a questão gozavam sempre comigo.

Reduzi-me ao que ainda digo hoje a mim mesmo: Deve ser verdade que  $-x \cdot - = +$  porque, evidentemente, pelo uso constante desta regra nos cálculos se obtêm resultados de cuja veracidade se não pode duvidar.

A minha preocupação maior era esta: Seja RP a linha que separa os números negativos dos positivos, sendo os positivos os que estão acima dela e os negati-

vos os que se situam abaixo (fig. 1).

Como é que tomando o quadrado B tantas vezes quantas unidades existirem no quadrado A, se consegue mudá-lo para o lado do quadrado C? E, para usar uma comparação desastrosa que a pronúncia de Grenoble do senhor Chabert tornou ainda mais desajeitada, suponhamos que as quantidades negativas são as dívidas de um homem. Como é que multiplicando uma dívida de 10 000 francos por [uma dívida de] 500 francos pode este homem ter, ou esperar ter, uma fortuna de 5 000 000 francos? São os senhores Dupuy e Chabert hipócritas como os párocos que vinham dizer missa a casa do meu avô e pode a minha amada matemática ser uma fraude? Oh, quão avidamente escutaria uma palavra sobre lógica ou a arte de descobrir a verdade!

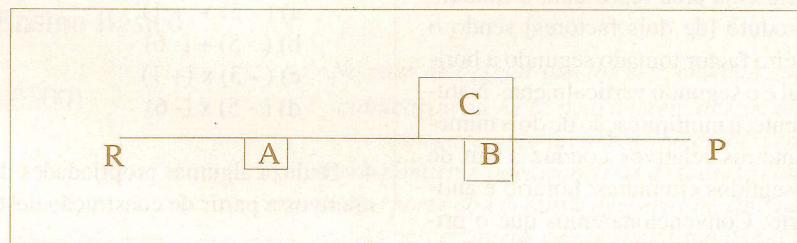
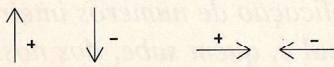


fig. 1

## Um modelo para a adição e multiplicação de inteiros relativos

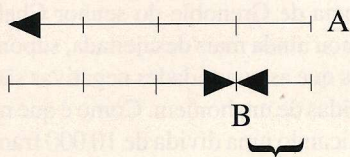
Neste modelo os números são representados por segmentos de recta orientados, traduzindo assim a ideia de movimento.

Escolheram-se duas direcções orientadas, a saber, horizontal e vertical, cada uma tendo um sentido positivo e negativo (para cima e para a direita; para baixo e para a esquerda, respectivamente). Quer dizer:



Então, a adição de dois números inteiros relativos representa-se por dois movimentos sucessivos segundo a mesma direcção, isto é, pela adjunção dos segmentos que sugerem os movimentos.

Exemplo:

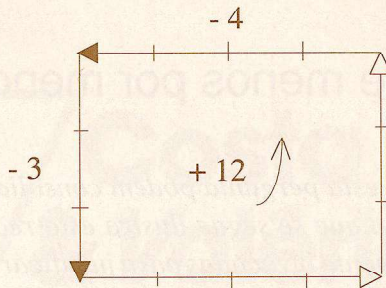


$$(-4) + (+3) = -1$$

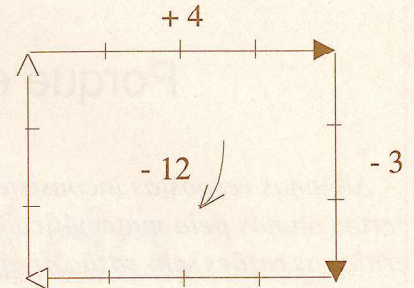
Quer dizer, a adição de  $(-4)$  com  $(+3)$  corresponde a um "movimento" de A para B. O "corpo" em movimento situa-se na posição  $-1$  relativamente ao ponto de partida A.

A multiplicação de dois números inteiros relativos é ilustrada por um rectângulo cuja área representa o módulo do produto [de dois factores] sendo o primeiro factor tomado segundo a horizontal e o segundo verticalmente. Naturalmente, a multiplicação de dois números inteiros relativos conduz a um de dois sentidos circulares: horário e anti-horário. Convencionaremos que o primeiro é negativo e o segundo positivo. Exemplifiquemos, então, as quatro situações possíveis (ver figuras anexas).

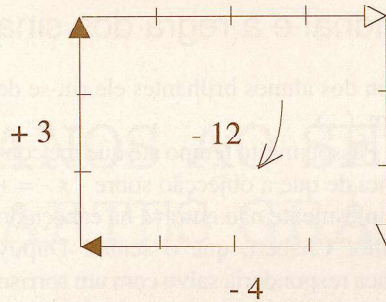
(i)  $(-4) \times (-3)$



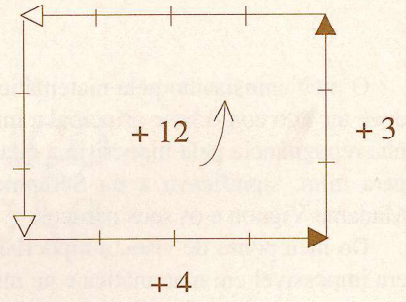
(iii)  $(+4) \times (-3)$



(ii)  $(-4) \times (+3)$

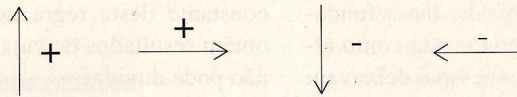


(iv)  $(-4) \times (-3)$



### Exercício

1 - Mostre que se obtém um modelo equivalente ao anterior com a convenção:



2 - Que vantagens tem a primeira convenção relativamente à apresentada em 1?

3 - Calcule, geometricamente:

- a)  $(-3) + (+1)$
- b)  $(-5) + (-6)$
- c)  $(-3) \times (+1)$
- d)  $(-5) \times (-6)$

4 - Deduza algumas propriedades da adição e multiplicação de números inteiros relativos a partir de construção destas operações.

Tradução e adaptação dos textos por Paulo Oliveira, a partir de J. Fauvel (Ed.). (1990). History in the mathematics classroom. Londres: Mathematical Association.