O problema do trimestre

Sobre o problema dos castelos

O problema proposto para este trimestre foi "Quatro castelos, uma estrada":

Na grande planície da Sildávia há quatro belos e antigos castelos que atraem a atenção de todos os visitantes.

O Ministério de Turismo resolveu construir uma estrada panorâmica. Contrataram a melhor empresa de engenharia civil do país e pediram que a estrada fosse uma circunferência que passasse a igual distância dos quatro castelos.

Olhando para o mapa, os engenheiros verificaram que os castelos ocupavam os vértices de um quadrilátero irregular.

O problema é sempre possível?

Quantas soluções há no caso geral?

Chegaram-nos cinco resoluções enviadas por Alberto Canelas (Queluz), A. Silva Abrantes (Seia), Cristina Veiga (Torres Vedras), Judite Barros (Lisboa) e Pedro Esteves (Seixal).

Nem todos nos indicaram o número total de soluções. Transcrevemos a resolução que nos foi enviada por **Judite Barros**:

"Como definir uma circunferência que passe a igual distância dos 4 castelos?

Determinar uma circunferência de centro O passando por três castelos é fácil. O 4º castelo só por um feliz acaso ficará sobre essa circunferência e, nesse caso, o problema fica resolvido. Há uma infinidade de soluções. Qualquer circunferência concêntrica com a anterior serve.

No caso geral, a solução é, mantendo o centro, alterar o raio da circunferência para um valor que é a média do raio anteriormente calculado com a distância do centro ao 4º castelo.

Designando por A, B, C e D os quatro castelos temos quatro soluções:

Circunf.	**4º castelo**	**Raio**
ABC	D	(OA+OD)/2
ABD	C	(OA+OC)/2
ACD	B	(OA+OB)/2
BCD	A	(OB+OA)/2

Faltam ainda soluções.

Consideram-se dois castelos e o lugar geométrico dos centros das circunferências que passam por estes dois castelos. Procede-se igualmente para os outros dois castelos. A intersecção destes dois lugares geométricos é o centro O da estrada. Ficam assim determinadas duas circunferências. O raio da estrada é a média dos raios destas circunferências.

Temos assim as 3 restantes soluções:

2 Castelos	**2 Castelos**	**Raio**
AB	CD	(OA+OC)/2
AC	BD	(OA+OB)/2
AD	BC	(OA+OB)/2

No caso geral há portanto **7 soluções**.

Das 3 últimas soluções indicadas desaparecem duas ou uma no caso em que o quadrilátero tem 2 pares ou 1 par de lados paralelos.

De notar que pode acontecer que um dos castelos fique no centro da circunferência. Neste caso há uma infinidade de possibilidades quando da construção do acesso à estrada".

José Paulo Viana

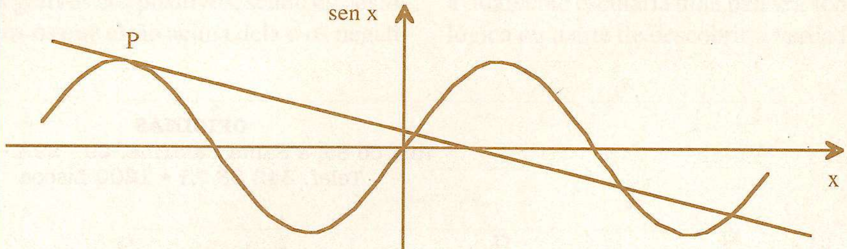
Esc. Sec. Vergílio Ferreira (Carnide)

Problema proposto

UM PROBLEMA COM SENOS

Vamos escolher um ponto sobre o gráfico do seno, traçar a tangente nesse ponto, e observar em quantos pontos a tangente toca o gráfico.

Por exemplo, no ponto P da figura, a recta tangente em P toca o gráfico do seno em 4 pontos.



Será possível determinar, dado um ponto qualquer do gráfico, em quantos pontos a recta tangente nesse ponto toca o gráfico do seno?

Problema proposto por José Manuel Matos