



Pontos de vista, reacções, ideias...

As "reacções, pontos de vista e ideias" reaparecem, após um breve interregno que resulta da publicação do número temático, cujas características e exigências são naturalmente especiais. Isso não significa, porém, que tenham deixado de chegar à Redacção novas contribuições para esta secção. Desta vez, dois leitores falam-nos, embora em contextos diferentes, de demonstrações pouco óbvias.

"Novas sobre o Teorema de Fermat"

Poderá Fermat descansar em paz? Uma demonstração do Teorema de Fermat foi apresentada no dia 23 de Junho de 1993, em Cambridge, no Instituto Isaac Newton, pelo matemático britânico Andrew Wiles, de 40 anos, actualmente professor na Universidade de Princeton, a finalizar uma comunicação subordinada ao título "Fórmulas Modulares, Curvas Elípticas e Representações de Galois", demonstração essa que suscitou espanto e excitação no mundo inteiro.

Pierre de Fermat, matemático francês do século XVII, tornou-se o mais brilhante matemático da sua geração ao desenvolver trabalhos na área da Teoria dos Números, na Geometria Analítica e na Teoria das Probabilidades, sem nunca os ter publicado e que só após a sua morte foram coligidos pelo seu filho. Este, em 1670, cinco anos após a morte de Fermat, publica um exemplar da "Aritmética" de Diofanto, acompanhado de comentários de seu pai. Na sequência do Teorema de Pitágoras, Fermat escrevia em 1673:

"Por outro lado, é impossível exprimir um cubo como soma de dois cubos, uma quarta potência como soma de duas quartas potências, ou em geral, uma potência maior do que dois como a soma de duas potências idênticas. Descobri esta demonstração verdadeiramente maravilhosa mas esta margem é demasiado estreita para a conter", ou seja, para $n > 2$ não existem números inteiros X , Y e Z tal

que $X^n + Y^n = Z^n$.

Este teorema, de enunciado simples mas do qual não se encontrava uma demonstração geral e nem se conseguia provar que era falso, despertou o interesse dos grandes matemáticos ao longo de 350 anos, forçando-os a desenvolver estudos que conduziram a novos ramos da Matemática (de que são exemplo a Teoria dos Números Algébricos e a Teoria dos Ideais). Ao longo dos tempos, muitos matemáticos apresentaram demonstrações contendo erros, como é o caso recente de Yoichi Miyaoka em 1988. A importância do teorema foi tal que em 1908 a Academia Real das Ciências, em Gottingen, instituiu o Prémio Wolfskehl no valor de 100000 marcos a atribuir a quem apresentasse uma demonstração correcta.

Consta que o professor Wiles trabalhou durante os últimos sete anos na resolução do problema e atendendo a que Wiles é reconhecidamente uma pessoa cautelosa e metódica, matemáticos presentes em Cambridge como Mazur de Harvard e Kenneth Ribert, da Universidade da Califórnia, mostram-se bastante confiantes na demonstração de Wiles.

A demonstração, que será objecto de aprofundado estudo, caso seja considerada correcta, projectará definitivamente Wiles para a glória.

Francisca Sousa

"Não é imediato, isso não é..."

O problema que vou propor apareceu quando eu e alguns colegas corrigíamos um teste de um aluno que justificava a não monotonia numa dada sucessão assim: "como a subseqüência dos termos de ordem ímpar é decrescente, então a sucessão é não monótona". Parece uma justificação correctíssima, mas esta afirmação carece duma demonstração que não é imediata. Aqui fica o exercício:

Seja (U_n) uma sucessão de números reais, tal que a subseqüência dos termos de ordem par é crescente e a subseqüência dos termos de ordem ímpar é decrescente. (U_n) é monótona?

Este problema é muito interessante, mesmo para uma abordagem numa aula com alunos, na medida em que mostra que, por vezes, aquilo que parece o mais óbvio, de facto não é.

É quando buscamos a demonstração que surgem as dificuldades, e constatamos que a nossa intuição, e por que não dizê-lo, os nossos vícios de raciocínio também nos podem enganar. Felizmente, não é este o caso, e qualquer sucessão nas condições do problema é não monótona.

Deixo, no entanto, o desafio. Acrescento apenas que a demonstração não tem nada de especial, mas que também não é imediata, isso não é.

Luís Carmelo

Nota da Redacção: A Redacção reserva-se o direito de editar as cartas e outros pequenos textos recebidos, de modo a tornar comportável a inclusão de todas as contribuições recebidas no espaço disponível na revista.