

# O concurso de problemas do Profmat

José Paulo Viana

Como tem sido hábito, os participantes no ProfMat 93 foram desafiados para um concurso. O problema deste ano foi-nos enviado para o jornal "Público" por José Manuel Oliveira, um estudante universitário de Braga e era o seguinte:

*Um cabo coaxial com 100 fios atravessa um rio. Infelizmente os fios têm todos a mesma cor e não estão identificados.*

*Temos um barco e um dispositivo eléctrico para ver se passa corrente entre dois fios. Podemos por isso ligar alguns fios de um lado e, com o aparelho, ir o outro lado descobrir que fios são esses.*

*Qual é o mínimo de travessias a fazer para identificar todos os fios?*

Durante o ProfMat apercebemo-nos que afinal este ano o concurso constava de dois problemas. O primeiro era interpretar o enunciado e o segundo resolvê-lo! Surgiram muitas dúvidas quanto ao funcionamento do aparelho. Na realidade, o que ele faz é o seguinte: ligamos a ponta de um fio a um terminal do aparelho e a ponta de outro fio ao segundo terminal. Se, do outro lado, as pontas destes dois fios estiverem ligadas entre si, o dispositivo eléctrico reage. Caso contrário, não reage.

Foram entregues 21 respostas, 11 individuais e 10 colectivas:

- A. Silva Abrantes
- Alberto Teixeira
- Carlos José Reis
- Dinis Pestana
- Fernando Duarte
- Helena Rocha
- J. Alexandre Duarte
- João Sampaio Maia
- M<sup>o</sup> João Lagarto

- Ondina Luz Duarte
- Sócia n<sup>o</sup> 1741
- Aníbal Ribeiro, Isabel Rocha
- Celina Pereira, Ermelinda Ribeiro
- Celina Vieira, Rui Vieira
- Fernanda Leite, José Fernandes
- José Alberto Sá, Manuela Pires
- Manuela Gama, Rosário Madruga
- Mário Ceia, Fernando Pires, Luis Pinheiro
- Paulo Pacheco, Fernando Castro
- Teresa Pereira, João Janeiro, António Bernardes
- 9 professores da Esc. Sec. Calazans Duarte.

Houve quem, em vez de um rio, imaginasse que tudo se passava entre as ilhas de S. Miguel e Santa Maria e resolvesse o problema em 7 viagens a acabar na segunda ilha mas "não podemos deixar de fazer a oitava porque já comprámos o bilhete de avião de regresso ao continente e este parte de S. Miguel".

O número de viagens variou entre 1 e 99. Infelizmente não considerámos válida a resolução com uma só viagem, apresentada pelo grupo de professores da E. S. Calazans Duarte:

*Metade do grupo fica numa das margens e a outra metade atravessa o rio. Feito o percurso, puxa-se um fio. Do outro lado, os atentos colegas gritam "É este!". Temos a 1<sup>a</sup> identificação à qual, por combinação prévia, atribuímos o n<sup>o</sup> 100 dos dois lados.*

*Repetimos o processo mais 98 vezes e ficamos confiantes no resultado: o último fio não é preciso puxar.*

Também não aceitámos como certa nenhuma das três respostas de um grupo, a mais simples das quais era:

*Embora não tenhamos a certeza, conjecturamos que a solução também*

*pode ser obtida através dos zeros da seguinte função*

$$\psi(x) = [\varphi(x)]^2 - 3x^2 \quad \varphi(x) = 1 + x^2$$

Os 100 fios podem ser identificados com duas travessias. Há vários processos de o conseguir. O mais simples deve ser o que a seguir se indica e tem a vantagem de se aplicar qualquer que seja o número de fios (desde que mais do que dois).

1<sup>o</sup> Na margem de cá ligam-se os fios dois a dois, excepto os dois últimos que ficam soltos (se o n<sup>o</sup> de fios fosse ímpar, ficava um fio solto).

(continua na página 24)

## Prémios

**1<sup>o</sup> Aníbal Ribeiro, Isabel Rocha**

Calculadora gráfica TI-85

**2<sup>o</sup> João Sampaio Maia**

Calculadora gráfica TI-82

**3<sup>o</sup> Carlos José Reis**

Calculadora gráfica TI-81

**4<sup>o</sup> Mário Ceia, Fernando Pires,**

**Luis Pinheiro**

Calc. cient. GALAXY 67

**5<sup>o</sup> Helena Rocha**

Calc. cient. GALAXY 40

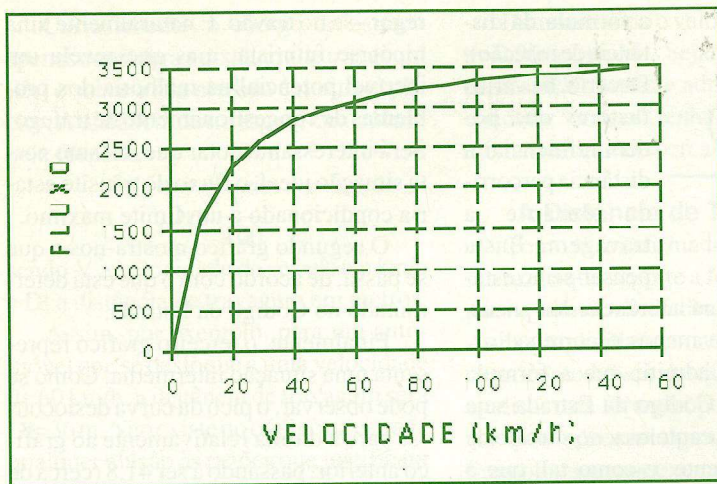
**Todos os concorrentes** recebem ainda o livro "Aplicando a Matemática..." de Luis Madureira, oferta da Ed. VRAL (Queluz).

As calculadoras são uma oferta da Texas Instruments.

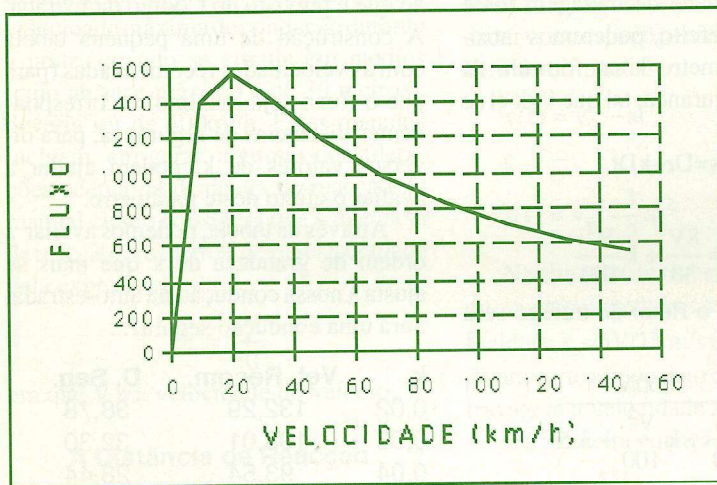
Pede-se aos concorrentes premiados que entrem em contacto com a sede da APM para levantamento dos prémios.

O júri

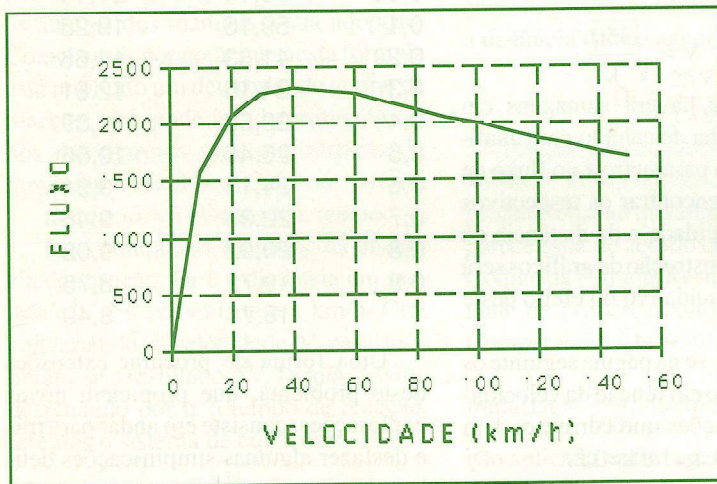
Eduardo Veloso e J. Paulo Viana



Gráf. 1. - A variação do fluxo com a velocidade, para  $k=0$



Gráf. 2. - A variação do fluxo com a velocidade, para  $k=1$



Gráf. 3. - A variação do fluxo com a velocidade, para  $k=0,2$

velocidades não forem todas iguais? E qual a coerência entre os modelos estudados para o cálculo da distância de segurança e as marcas no asfalto que aparecem em algumas auto-estradas para a verificação da distância segura em relação ao veículo da frente?

**Nota:** O problema da auto-estrada foi explorado por um grupo de alunos do 10º ano, da Esc. Sec. Nº 1 de Loures, no ano lectivo de 1992/93, no âmbito do Projecto MEM (Modelação no Ensino da Matemática). A versão aqui apresentada teve como fonte de inspiração o artigo "Maximising Traffic Flow Through Tunnels", do livro *Applying Mathematics*, de Burghes, Huntley e McDonald.

#### Referências

- Burghes, D., Huntley, I. e McDonald, J. (1982). *Applying Mathematics*. Chichester: Ellis Horwood.  
 Reis, J. (1981). *Resumo Ilustrado do Código da Estrada com Toda a Matéria para os Testes e Ensina a Conduzir*. Edição do Autor.

João Filipe Matos  
 Fac. de Ciências da Univ. de Lisboa  
 Susana Carreira  
 F.C.T. da Univ. Nova de Lisboa

#### O concurso de problemas do Profmat (continuação da página 19)

- 2º Faz-se a primeira travessia.
- 3º Na outra margem, com a ajuda do aparelho, identificam-se todos os pares de fios ligados entre si. Numeram-se estes fios dois a dois: 1-2, 3-4, 5-6, ..., 97-98. Aos dois fios soltos atribuem-se os números 99 e 100. Com isto fica-se a saber, por exemplo, que na primeira margem os fios 1 e 2 estão ligados entre si, embora não se saiba a que par eles correspondem exactamente.
- 4º Ainda sem mudar de margem, liga-se o fio 99 com o 1, o 2 com o 3, o 4 com o 5, ..., o 96 com o 97, e deixa-se o 98 solto. O 100 também continua solto.
- 5º Faz-se a segunda travessia.
- 6º De novo na margem inicial desfazem-se todas as ligações, tendo no entanto o cuidado de manter os fios agrupados dois a dois. Pega-se num dos dois fios que estavam soltos e, com o aparelho, procura-se um fio que, do outro lado, possa estar ligado a ele. Se não houver nenhum fio que feche o circuito é porque se começou com o fio 100. Se se descobrir um é porque se começou com o 99.
- 7º O fio que fecha o circuito com o 99 é o número 1. Conclui-se também que aquele que, do lado de cá, estava emparelhado com o 1 é o 2. Procura-se depois o novo par do 2, que é o número 3. O fio que estava ligado ao 3 é o 4, que fica solto. Com o 4 procura-se o 5, e assim sucessivamente até que, com o 96, se identifica o 97. O fio que sobra é o 98.

José Paulo Viana  
 E. S. Vergílio Ferreira (Carnide)