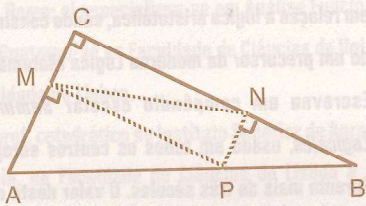


# O problema do trimestre

## Sobre as respostas ao problema anterior

No número anterior de "Educação e Matemática" propusemos o problema "Um mínimo no triângulo":

*O triângulo  $[ABC]$  é rectângulo em  $C$ . Escolhe-se um ponto  $P$  sobre a hipotenusa e por ele traçam-se as perpendiculares  $PM$  e  $PN$  aos catetos.*



*Onde deve estar o ponto  $P$  para que a distância de  $M$  a  $N$  seja mínima?*

Recebemos as respostas de Alberto Canelas (Queluz), Armando Mota (Matosinhos), Judite Barros (Lisboa), Luis Mota (Lisboa), Orlando Freitas (Funchal) e Pedro Esteves (Seixal).

Quase todas as resoluções seguem o mesmo caminho. "É que - como diz Luis Mota - perante um problema de máximos e mínimos, a tentação imediata é seguir a via analítica: criar uma função, derivá-la e determinar os seus zeros. No entanto, uma simples observação da figura permite-nos encontrar a solução sem cálculos!"

Com efeito, dada a perpendicularidade de  $PM$  e  $PN$  aos catetos, o quadrilátero  $[PMCN]$  é um rectângulo e portanto as suas diagonais são iguais:  $CP = MN$ .

Logo, o comprimento de  $[MN]$  é mínimo quando  $[CP]$  for a altura do

triângulo dado relativamente à hipotenusa.

A respeito da figura, Pedro Esteves indica algumas curiosidades:

1ª Para qualquer posição de  $P$ , os triângulos  $[ABC]$ ,  $[APM]$  e  $[PBN]$  são semelhantes.

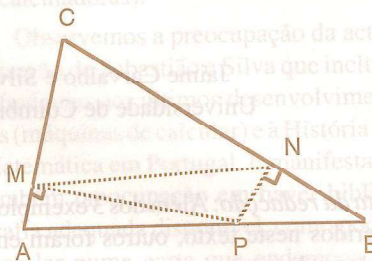
2ª Se  $P$  pertencer à bissetriz do ângulo  $ACB$  então o quadrilátero  $[PNCM]$  é um quadrado.

3ª Se  $P$  pertencer à mediana de  $[AB]$ , a área de  $[PNCM]$  é metade da área do triângulo inicial  $[ABC]$ , e é o único caso em que  $[MN]$  é paralelo a  $[AB]$ .

### Um novo problema

Tanto Alberto Canelas como Armando Mota propõem (e resolvem) uma generalização do problema:

Qual deverá ser a posição do ponto  $P$  para que a distância de  $M$  a  $N$  seja mínima, sendo  $[ABC]$  um triângulo qualquer?



Querem tentar resolvê-lo? A resposta virá no próximo número da revista.

(continua na pág. 34)

### Problema proposto

## O PRÉMIO DA VITÓRIA

No final da batalha de Hastings, o rei Guilherme da Normandia, satisfeito com a vitória sobre os saxões, quis premiar os cavaleiros e capitães que mais se tinham distinguido no combate.

- Quantos são eles? — perguntou ao comandante do exército.

- No total são 19.

- Aqui tens 1000 ducados de ouro para lhes dares. Vê lá como se há-de distribuí-los.

O comandante retirou-se. Passado algum tempo voltou com uma proposta em que cada cavaleiro receberia mais 30 ducados que cada capitão.

- Apesar de os cavaleiros terem de receber mais que os capitães, parece-me injusta uma tão grande diferença — disse o rei. — Arranja outra maneira de distribuir os mil ducados.

Uma hora depois, o comandante tinha nova proposta:

- Os cavaleiros já não recebem tanto e cada capitão recebe mais 8 ducados que na proposta anterior - explicou. — E distribuem-se também todas as moedas!

- Estou de acordo — disse o rei, depois de analisar a proposta.

Qual foi o prémio de cada cavaleiro e de cada capitão?

lar da influência dos árabes na Matemática Europeia, da quase inexistência da História da Matemática no ensino não superior, do processo de aparecimento dos números negativos, dos processos do árabe Ibn al Bannã para resolver equações do 2º grau, ou da forma como pessoas chilenas sem ou com pouca escolaridade resolvem problemas no dia-a-dia. Foi fascinante o estudo sobre jogos da Costa do Marfim (feito durante 10 anos) assim como a exploração de um texto de Herão em situação de sala de aula.

Já agora uma sugestão: uma vez que os portugueses eram um grupo grande e se foi distribuindo ao longo dos dias, talvez fosse possível juntar num encontro pelo menos parte desse grupo e elaborar um balanço do que ficou.

Impressionou-me também a apreciável quantidade de edições sobre história da matemática que em França se publica, principalmente através dos I.R.E.M., e que estiveram à venda, obrigando-me aos habituais limitados investimentos (pois então!) e fazendo-me pensar que muito, muito há por conhecer neste campo.

### Problema do Trimestre (continuação)

#### Sobre os problemas anteriores

A colega Judite Barros acrescenta as seguintes notas aos dois últimos problemas do trimestre.

#### Os espões da Praça Vermelha

"Poderá ter interesse, pelo menos para alguns alunos, simular a actuação dos dois agentes recorrendo a um programa em, por exemplo, Turbo Pascal que:

- gere aleatoriamente a hora de chegada Tx do 1º agente,
- gere aleatoriamente a hora de chegada Ty do 2º agente,
- verifique que "nenhum espera pelo outro mais de 15 minutos" e, nesse caso, conte o acontecimento como favorável,
- calcule a razão entre os casos favoráveis e os casos totais,

Como ideia geral ficou-me a impressão duma organização incipiente e muito amadora, de uns dias onde o sol me fez sempre hesitar entre a história da matemática e a de Montpellier, dum assunto que é fascinante e que se começa a explorar!

Vim com a sensação de que, apesar de haver trabalhos bastante intensivos e exaustivos por esse mundo, eles são mais iniciativas isoladas a ainda iniciadoras dum trabalho necessário de intercomunicação, de divulgação e aplicação a outros campos da matemática e do ensino.

Enfim, uma panóplia de perspectivas que me deixou sequioso e ao mesmo tempo com dúvidas de ter forças para entrar num mundo tão vasto no que respeito à história da matemática, já que relativamente a um estudo mais aprofundado das maravilhas de Montpellier, este se me afigura bem mais fácil...

João Rino

Escola Sec. Domingos Sequeira

veis e os casos totais,

- faça um gráfico com a evolução desta razão em função do número de casos totais."

#### Um triângulo APM

"Na solução apresentada na revista só servem os pontos de abcissa menor que 10. Mesmo generalizando e falando de ponto de encontro da mediatriz, da recta que contém a altura e da recta que contém a mediana, temos que excluir os vértices da hipérbole.

Parece-me também importante o recurso ao programa GÉOMÈTRE para obter vários triângulos [APM]."

José Paulo Viana

Escola Sec. de Carnide

## GTHEM

### Grupo de Trabalho sobre História e Ensino da Matemática

Precisa de encontrar a biografia de um matemático? Gostava de conhecer bibliografia sobre a história do conceito de função? Quer um texto histórico sobre os números negativos? Gostava de saber mais sobre um matemático português? Quer saber se existe alguma actividade interessante, para o secundário, sobre o cálculo do volume de sólidos, à maneira de Cavalieri, precursor do cálculo integral?

Contacte o GTHEM, na sede da APM. Teremos gosto em a ajudar nas suas pesquisas.

### Materiais para a aula de Matemática

Nos anos lectivos de 90/91 e 92/93 introduzi o capítulo de "Comprimentos" do 8º ano de escolaridade numa perspectiva histórica. Depois de recolher diversos factos históricos marcantes na evolução das unidades de comprimento, elaborei um texto e um conjunto de fichas de trabalho que visavam animar uma temática algo sensaborona. Na página seguinte estão reproduzidos o texto e a primeira ficha de trabalho.

A metodologia seguida foi a seguinte:

- a) Leitura silenciosa do texto durante alguns minutos.
- b) Um aluno leu o texto para todos o que permitiu acertar questões de linguagem (e. g. a fonética de côvado) e ideias nele expressas (e.g. "o que é medida linear?").
- c) Resposta às questões da actividade em grupos de dois alunos.
- d) Reflexão final conjunta.

Apesar deste capítulo não constar já nos programas, a ficha poderá ser utilizada para trabalhar os conceitos de múltiplo e submúltiplo.

Paulo Oliveira

Escola Sec. de Leal da Câmara