

A História da Matemática no ensino da Matemática

Maria Fernanda Estrada

Considerações gerais

A recente reforma educativa concede um lugar à história da Matemática no ensino da Matemática, história que deve ser integrada nesse mesmo ensino. Os objectivos expressos nos programas apontam para a humanização do estudo da disciplina e para que o aluno adquira uma perspectiva da Matemática como ciência em construção. Contudo esta concessão não é isolada e não se restringe a Portugal, muitos outros países europeus e não europeus dão actualmente um grande relevo à história da Matemática no ensino, e há já uma vasta bibliografia de artigos e livros sobre o assunto.

O Professor Morris Kline, no seu livro *The failure of the New Math*, denuncia os fracassos da chamada Matemática Moderna, que levaram à introdução dos princípios e da linguagem da teoria de conjuntos em todos os níveis de ensino, mas que não captaram suficientemente nem o gosto nem o interesse dos alunos. Tornou-se então urgente que se procurassem novas vias e novas perspectivas no ensino da Matemática.

Isto é tanto mais imperioso quanto é necessário ao homem contemporâneo entender e dialogar com o mundo, cada vez mais tecnológico, que o rodeia e de que a Matemática é o pilar.

O Professor Morris Kline, no seu livro acima referido, fez um apelo veemente à motivação dos alunos como factor essencial de sucesso. E as referências históricas, oportunamente introduzidas, podem responder a essa componente motivadora, dada a curiosidade natural e o interesse do aluno pela história.

Poder-se-ia porém perguntar em que medida este recurso à história da Matemática é, em si, inovador.

Sabemos que já na Reforma das Universidades, promovida pelo Marquês de Pombal em 1772, se aconselhava tanto a professores como a alunos que o ensino das Ciências fosse associado ao da sua história.

Mais recentemente, os livros de Matemática para o ensino secundário escritos pelo Professor Sebastião e Silva e pelo Dr. Silva Paulo, na década de quarenta, contêm excelentes notas históricas, que muitos professores já então utilizavam, mesmo sem a recomendação expressa dos programas. Aliás outros livros de outros autores dessa época seguem a mesma tendência.

Porém, quando se fala de história da matemática no ensino da Matemática, impõe-se-nos uma referência especial ao Professor Sebastião e Silva. Tanto se preocupou com os aspectos programáticos e pedagógico-didáticos do nosso ensino secundário que dedicou um tempo da sua vida de investigador tão notável à elaboração de livros didácticos, dos quais é de destacar o *Compêndio de Matemática*, utilizado na experiência de modernização do ensino da Matemática em Portugal, e depois editado pelo G.E.P. em 1975. Esta obra foi acompanhada da publicação do *Guia para a utilização do Compêndio de Matemática* em dois volumes, que Sebastião e Silva redigiu com tanto cuidado e carinho e dedicou não só aos docentes, como aos discentes.

Essas obras estão cheias de recomendações que explícita ou implicitamente remetem para o uso da história da matemática.

Sebastião e Silva diz por exemplo que se deve fazer “um ensino vital de ideias, em vez de uma experiência mecânica de matérias”. E ainda “um ensino que não estimule o espírito e que pelo

O papel da história da Matemática é fundamental para estimular o espírito dos alunos, para o desenvolvimento do espírito crítico e ainda para que o aluno sinta e se aperceba das ideias subjacentes às teorias e aos teoremas já acabados que aprende.

Pedro Nunes (1502-1578)



Nasceu em Alcácer do Sal, de ascendência judaica. Bacharel em Medicina pela Universidade de Lisboa, aí ensinou Filosofia, Moral, Lógica e Metafísica, mas por pouco tempo (1530-31), pois viria a entregar-se exclusivamente aos “assuntos positivos” das Matemáticas e da Física e a dedicar-se muito em especial à Náutica, ciência cujo conhecimento interessava às funções do cargo chamado a exercer, Cosmógrafo do reino. Em 1544 a Universidade foi transferida para Coimbra. D. João III convidou-o para nela ensinar as Matemáticas, encargo que desempenhou com elevado brilho até 1562, ano em que foi jubilado. Entretanto ia com frequência a Lisboa em serviço da Corte. Em 1547 o Rei promoveu-o a Cosmógrafo-Mor do reino. São muitos e de incontestável valor os trabalhos científicos. A relação mais completa deles vem em “As obras de Pedro Nunes — sua cronologia bibliográfica” de L. Silva. Destacamos o *De Crepusculis* (1542), tida como a mais original e mais conhecida além fronteiras; aí descreveu a sua conhecida invenção, o Nónio (de Nunes). Morreu em Lisboa, uma semana após o desastre de Alcácer Quibir (em que “desapareceu” o Rei D. Sebastião, seu antigo e dilecto discípulo que, em 1572, o chamara novamente à Corte).

Compilação de Sérgio Macias Marques

contrário o obstrua com as clássicas matérias para exame só contribui para produzir máquinas em vez de homens”.

O papel da história da Matemática é fundamental para esse estímulo do espírito dos alunos, para o desenvolvimento do espírito crítico e ainda para que o aluno sinta e se aperceba das ideias subjacentes às teorias e aos teoremas já acabados que aprende. Mas Sebastião e Silva também apela explicitamente para referências históricas quando afirma “[que] o exemplo histórico do tabuleiro do xadrez deveria ser familiar a todos os alunos que passam pelo ensino secundário”. Aliás, o seu interesse pela história da matemática revelou-se ainda no artigo que escreveu sobre “Álgebra” para a *Enciclopédia da Vida Corrente* e no artigo que escreveu sobre “Matemática” para a *Enciclopédia Foco*.

Ainda, como primeiro professor universitário a leccionar uma cadeira de História do Pensamento Matemático na Faculdade de Ciências de Lisboa, e a dar à História da Matemática um estatuto de disciplina de um Curso Superior, pensou na compilação de umas *Notas do Curso de História do Pensamento Matemático*, projecto que, infelizmente para nós, não passou de um breve esboço, devido à doença que tão cedo o vitimou. Terá sido mesmo uma das suas mágoas “não ter tempo” para escrever um livro sobre o assunto, como se pode ler na sua biografia, da autoria do Professor António Andrade Guimarães. Seria um livro precioso escrito por alguém que aliava ao espírito de um grande matemático, o espírito de um profundo humanista e pedagogo. Sebastião e Silva tinha de facto a consciência de como a História da Matemática podia contribuir eficazmente para a revitalização do ensino da Matemática. E hoje, como ontem, as suas ideias pedagógicas são de uma actualidade flagrante, como evidenciado pelo Professor Jaime Carvalho e Silva no último encontro da S.P.M. em Lisboa. Os *Guias* já referidos estão cheios de sugestões pedagógicas admiráveis e continuam a merecer que sejam lidos e reflectidos por todos os professores de Matemática.

Algumas formas da introdução da história da matemática no ensino da Matemática

Vamos destacar algumas das formas que permitem ao professor a introdução de referências históricas e consequentes possíveis aproveitamentos.

Biografias de matemáticos

O papel das biografias deve ser em primeiro lugar o de tornar os matemáticos de que falamos, pessoas vivas, porque se libertaram “da lei da morte”, como diz o poeta. Apresentá-los com os seus sucessos e fracassos, grandeza e pequenez, duas faces afinal de todos os homens de todos os tempos. Que Newton, Leibniz, Descartes, Pedro Nunes, Sebastião e Silva e muitos outros se tornem próximos e as suas ideias sejam tão discutidas como as de Shakespeare, Proust, Camões ou Pessoa.

Através de biografias poder-se-á até introduzir o dinamismo que vem da evolução das ideias, da sua génese e sucessivas aproximações, até à forma final que muitas vezes aparece com pessoas diferentes em lugares diferentes. E sempre haverá ocasião de exaltar o trabalho como um valor que leva à realização da pessoa. Trabalho ao serviço duma ideia, sem desfalecimentos, prosseguido tantas vezes durante tantos anos, sem aparente sucesso. As biografias dão ainda a possibilidade de introduzir o contexto social e cultural dos diferentes autores e ver a matemática como ciência viva e interactiva, que tenta responder às questões duma época e põe outras.

Perante vidas de pessoas reais, que apenas viveram noutra época, mas que eram seres humanos como nós, o aluno pode também ver-se como potencial actor e criador de novas teorias e conceitos, em resposta aos problemas deixados em aberto pelas épocas anteriores ou outros que surgirão hoje ou amanhã. O aluno pode sentir-se convidado a participar dessa corrente criadora e abrir-se-lhe perspectivas duma contribuição para o edifício matemático que está a estudar.

Desenvolvimentos temáticos

Há partes do programa para as quais são expressamente apontadas refe-

rências históricas, como por exemplo na descoberta dos números irracionais.

Aqui há oportunidade de falar na Escola Pitagórica, no Teorema de Pitágoras, no método de redução ao absurdo em que se baseia a prova de que $\sqrt{2}$ é irracional, citada já por Aristóteles. E ainda no impacto de uma descoberta numa época e num contexto científico não preparado para a receber. Toda uma aventura que é de ontem, mas que pode ser de hoje.

Considerações em parte similares, se podem fazer a propósito da introdução histórica das geometrias não euclidianas. O tema agora é mais geral, mais rico e complexo. Tomando como ponto de partida os *Elementos* de Euclides e o postulado V (Axioma XII na tradução portuguesa), há oportunidade para falar sucessivamente do conteúdo do postulado, das objecções que desde cedo mereceu, das tentativas de demonstração, da obra fundamental de Gerolano Saccheri, como verdadeiro precursor das geometrias não euclidianas, numa época e num contexto científico em que estas eram ainda impensáveis. Outra aventura em que tantos matemáticos brilhantes se envolveram, se esforçaram por fazer uma demonstração que muitas vezes pensaram ter conseguido, mas cometendo petições de princípio, embora subtis. A descober-

ta das geometrias não euclidianas pode assim ser vista, não como algo caído do céu, mas como termo de um percurso tão longo no tempo, cheio de insucessos, mas também de sucessos nos teoremas que se foram descobrindo, nos enunciados equivalentes ao postulado V que se encontraram.

Será de destacar o enunciado conhecido por Axioma de Playfair, mas que já aparece nos *Comentários sobre o livro I dos Elementos de Euclides* de Proclo de Lycia.

E ainda haverá a notar o facto, tão comum na matemática, das descobertas simultâneas em diferentes lugares, por pessoas diferentes. Gauss, Bolyai e Lobatchevski, cada um com a sua feição própria, aparecem no cimo duma escadaria fascinante, depois da qual se avistaram novas terras.

Origem e significado dos termos matemáticos

Outra forma de abordagem da História da Matemática no ensino surge a propósito da origem e significado de certos termos. O exemplo da palavra "geometria" é por demais conhecido. Mas fornece o ensejo de falar no Antigo Egipto, nas cheias do Nilo e das medições das terras subsequentes às inundações e na geometria que lá se fazia. Mas

muitos outros termos se podem referir, como cálculo, triângulo, álgebra, algarismo, etc. De não menor importância são os nomes das três cônicas, parábola, elipse e hipérbole, oriundas do problema pitagórico das aplicações das áreas, significando respectivamente aplicação por "igualdade", por "defeito" e por "excesso". Só mais tarde foram aplicados às cônicas por Apolónio. Será ainda interessante estabelecer a relação com o significado dessas mesmas palavras como figuras de estilo, na base dos mesmos conceitos de igualdade, defeito e excesso. Todos conhecemos parábolas de Jesus Cristo, nós mesmos proferimos hipérbolos no nosso dia-a-dia, sendo uma das mais frequentes o "estar morto de cansaço" e somos muitas vezes elípticos nas nossas descrições.

Estudos de textos do passado

A escolha de textos como material de trabalho na aula dá a vantagem ao professor da escolha dum enquadramento histórico, acrescido à riqueza do tratamento de documentos originais. Como exemplo vamos escolher o ensino da resolução das equações de 2º grau. O professor pode escolher como referência histórica, uma das que se indicam a seguir, tiradas de possíveis outras. Em todas, há resoluções de equações do 2º grau, embora por abordagens diferentes.

a) Matemáticas babilónicas

O professor pode escolher um problema das placas babilónicas, reproduzido por Carl Boyer. Seja, transposto para o sistema decimal, o problema da determinação de dois números cujo produto é 7,5 e cuja soma é 6,5.

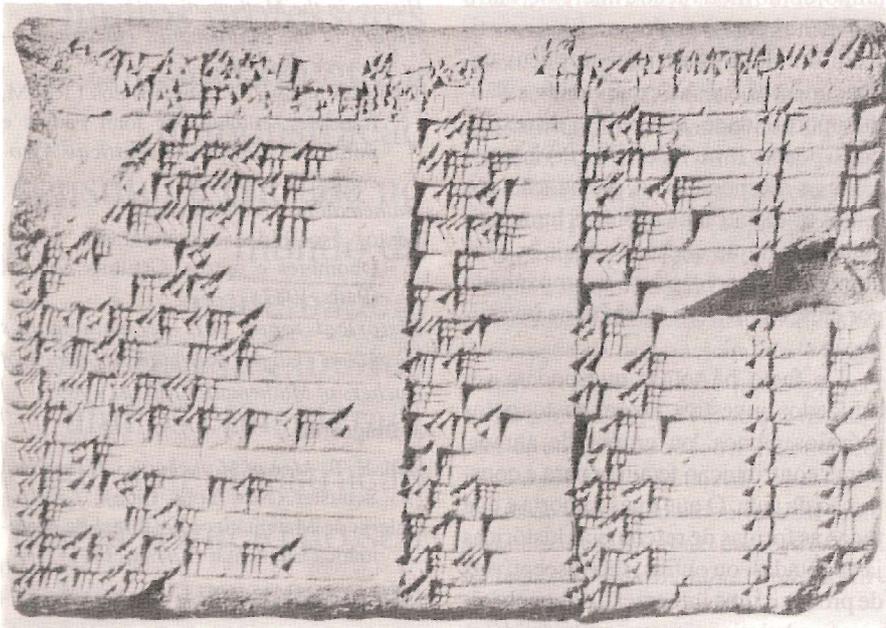
E será muito interessante pôr em confronto as técnicas do escriba babilónico com as nossas técnicas actuais de resolução do problema.

Seguindo as instruções do escriba, ao aluno babilónico era pedido sucessivamente:

Calcula metade de 6,5	3,25
quadra	10,5625
subtrai 7,5	3,0625
Extrai a raiz	1,75

Logo a 3,25 soma e subtrai 1,75. Temos as raízes 5 e 1,5.

O professor pode então convidar os



Placa ou tablete Plimpton 322, do período babilónico antigo (1900 a.C a 1600 a.C.).

alunos a descobrir a fórmula subjacente aos cálculos do escriba que, como é fácil ver, é a identidade

$$\left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - xy \equiv \left(\frac{x-y}{2}\right)^2$$

Pode convidá-los a justificar cada fase do processo, comparar com o método actual, detectar semelhanças e diferenças, enfim desenvolver o espírito crítico.

Num salto no tempo, os alunos podem considerar-se contemporâneos dos estudantes babilónicos de há mais de 3000 anos.

b) Matemáticas gregas

A propósito das equações do 2º grau o professor pode também escolher como enquadramento as matemáticas gregas, o tempo de Euclides e escolher o Problema 11 do livro II dos *Elementos*. Há oportunidade para falar na divisão áurea, no equivalente grego da nossa fórmula resolvente. Há oportunidade para falar de Euclides, dos *Elementos* e da Álgebra Geométrica dos Gregos.

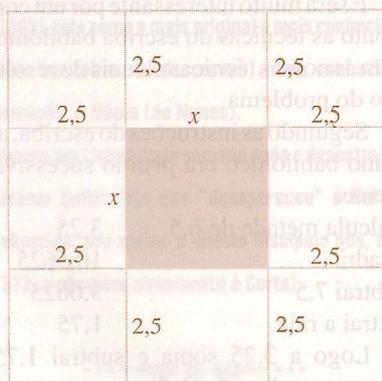
c) Matemáticas árabes

Uma terceira possível escolha é a referência às matemáticas árabes, escolhendo um problema do livro de Álgebra de Al-Khowarizmi, reproduzido também por Carl Boyer.

Trata-se de resolver a equação $x^2 + 10x = 39$.

O método de Al-Khowarizmi consiste na construção de um quadrado de lado qualquer x , correspondente ao termo x^2 , e depois ir-lhe adicionando rectângulos até obter um quadrado de lado $x + 5$.

Assim, em cada um dos lados do



quadrado x^2 são colocados rectângulos de largura 2,5 e finalmente, em cada canto, um quadrado de lado 2,5.

A construção da figura corresponde às equivalências:

$$\begin{aligned} x^2 + 10x = 39 &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x^2 + 4 \times 2,5x + 4 \times 2,5^2 = 39 + 25 & \\ \Leftrightarrow (x + 5)^2 = 8^2 & \end{aligned}$$

Finalmente de $x + 5 = 8$, vem a solução $x = 3$.

O professor terá oportunidade para falar dos árabes, da origem da palavra álgebra, da exclusão das raízes negativas, etc. E ainda para convidar os alunos a comparar este método geométrico com o método algébrico que nós utilizamos, de completar o quadrado dum binómio.

d) Álgebra de Pedro Nunes

Se o professor quiser falar das Matemáticas em Portugal, nomeadamente de Pedro Nunes, da sua época e dos seus trabalhos, de álgebra sincopada, pode então escolher um dos problemas do 2º grau do *Libro de Algebra* de Pedro Nunes.

Pode escolher, por exemplo, o problema nº 70 do Cap. 5 da 3ª parte.

Conclusão

As referências históricas a introduzir no ensino, se podem ser extraordinariamente benéficas do ponto de vista do aluno, como motivação e interesse, não são menos para o professor. Elas constituem um desafio aliciante aos seus conhecimentos e à sua criatividade e dão-lhe oportunidade de pesquisa de textos, que o podem levar a descobertas interessantes e inesperadas. A preparação dos temas fá-lo entrar na aventura humana e cultural em que quer introduzir os seus alunos, muitas vezes até acompanhado por eles, envolvidos também na investigação.

De facto há temas que podem ser estudados, investigados e expostos pelos próprios alunos, ou grupos de alunos, numa contribuição fecunda para a construção da aula. O que mais importa é que todas as formas de referências históricas já apontadas, ou outras, são susceptíveis de produzir uma integração dos conhecimentos de hoje numa corrente de ideias e de investigação que vem do passado e

continua em direcção ao futuro.

As considerações feitas assentam num pressuposto que as referências históricas são integradas no ensino, não constituindo um tópico em si; elas devem antes ser um auxiliar desse mesmo ensino. Por outro lado, também se pressupõe que há uma certa disposição básica e natural dos alunos para a introdução dessas referências, o que pode em alguns casos não existir ou variar com a idade ou outros factores.

Por isso, como de resto em todas as actividades do professor, as opções devem ser tomadas de acordo com as circunstâncias concretas dos alunos a que se dirigem.

Algumas referências bibliográficas:

1. Histórias gerais

Boyer, Carl B., *História da Matemática*, Editora Edgard Blicher, (S.Paulo, 1974)

Collette, J.P., *Histoire des Mathématiques*, pedido à Ed. VUIBERT, Paris. (Existe tradução espanhola na colecção Siglo XXI)

Kline, M., *Mathematical thought from ancient to modern times*, Oxford University Press, (New York, 1972)

Struik, D., *História Concisa das Matemáticas*, ed. Gradiva

2. Colecções de textos originais e temas

History in the Mathematics classroom
History in the Mathematics classroom — Source materials

Tradução inglesa de trabalhos dos I.R.E.M. franceses, editada por John Fauvel e publicada pela *Mathematical Association* de Inglaterra.

Mathématiques ou fil des âges

Textos escolhidos e comentados por J. Dhombres e outros, Gauthier Villars, (Paris, 1987)

Historical topics for the mathematics classroom, edição do *National Council of teachers of Mathematics*, (EUA, 1989)

3. Biografias

Bell, E. T., *Men of Mathematics*, Simon and Schuster, (New York, 1965)

Galeria de Matemáticos do *Jornal da Matemática Elementar* (Lisboa, 1991)

Maria Fernanda Estrada
Universidade do Minho