

A Geometria torna-se Álgebra

J. Orlando de Freitas

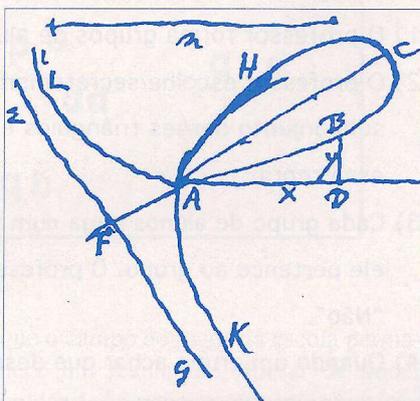
A Geometria grega pode ser comparada a um elemento manual, a Álgebra árabe a uma produção automática, a uma máquina.

Luci L. Radice

Já é do nosso conhecimento que a geometria analítica é “a geometria que usa sistemas de coordenadas e métodos algébricos na representação de pontos, rectas e curvas”. A geometria analítica parece consistir na associação de três factores: a expressão de uma realidade geométrica por uma relação entre quantidades variáveis, o uso das coordenadas e o princípio da representação gráfica. Ora, se cada um destes factores surge desde muito cedo no desenvolvimento da geometria anterior a Descartes, eles não tinham sido no entanto encadeados.

A ideia de caracterizar um ponto do plano por meio das suas coordenadas surge na Grécia antiga. Apolónio (séc. III a.C.) caracterizou as secções cónicas através das suas coordenadas, sem as designar por esses nomes e sem lhes atribuir valores numéricos. Também na mais alta antiguidade, a observação astronómica conduziu a referenciar as direcções no espaço por duas coordenadas angulares: altura acima do horizonte e afastamento em relação ao meridiano. Contudo, a interpretação das relações entre essas coordenadas, ou seja, a geometria analítica, só aparece muitos séculos depois.

Um diagrama cartesiano é uma coisa que se vê agora todos os dias, que todos compreendem, ainda que não saibam que aquelas figurinhas se chamam assim: diagramas cartesianos. Quando jogamos à batalha naval, para nos referirmos a um lugar temos uma letra e um número, ou seja, duas coordenadas. Quando analisamos um mapa do mundo ou mesmo uma planta de Lisboa ou do Funchal, utilizamos duas coordenadas para indicar o destino desejado. Para os aviões em pleno voo é preciso mais um número para dar a sua altitude. E se quisermos, usamos uma coordenada para o tempo.



A curva representa o *folium* (folha) de Descartes, uma cúbica cuja equação é $x^3 + y^3 = 3axy$. A parte fechada da curva corresponde à “folha”. Descartes, desprezando os pontos com coordenadas negativas, não teve em conta o resto da curva. A verdadeira forma da curva apenas foi apresentada pela primeira vez, 54 anos mais tarde, neste desenho de Huyghens (1629-1695).

“ $y = ax + b$, com a e b constantes reais, é uma recta; $x^2 + y^2 = r^2$ é uma circunferência com centro na origem e raio r ; e por aí adiante... à Descartes.” A primeira vez que afirmei isto às minhas turmas do 10º ano (programa novo), os alunos fizeram uma cara de *espanto* mas, umas aulas depois, eles próprios já chamavam recta a $y = x$ e circunferência a $x^2 + y^2 = 1$, entre outros exemplos.

Descartes terá sido influenciado pelos trabalhos de Nicolau Oresme (bispo de Lisieux) que num seu trabalho (1360) introduz as coordenadas rectangulares (longitude e latitude), bem como a equação da linha recta. Oresme começa por apresentar o princípio de representação gráfica no plano, passando ao espaço a três dimensões e chegando a antever o que hoje é o espaço a quatro dimensões. Mas a sua teoria não pôde evoluir devido à falta de simbolismo algébrico. E é

precisamente neste aspecto que Descartes — paralelamente com Fermat, apesar da notação deste último ser antiquada, apegado à linguagem pesada da álgebra dos gregos — desempenha um papel fundamental. Recorrendo a dois eixos perpendiculares e às coordenadas dos pontos do plano, relativamente a esses eixos, desenvolve o estudo das curvas e considera que a definição de cada curva (ou linha) é a expressão da relação algébrica entre as coordenadas x e y dos seus pontos. Estendendo ao espaço o que se passa no plano, Descartes considera três planos perpendiculares dois a dois e estabelece que, fixados esses planos, qualquer ponto do espaço é determinado pelas distâncias a cada um deles, ou seja, por três coordenadas.

O verdadeiro progresso realizado por Descartes reside no facto de, em vez de limitar tal cálculo ao estudo de uma dada figura, como faziam os gregos, ele o erigir em processo geral susceptível de permitir a criação de uma infinidade de novas curvas. As ideias e obra de Descartes vão revolucionar não só a Matemática como também a Filosofia. Após a sua morte é colocado no *Index*, o que não impede que a sua obra venha a ser divulgada e influencie as gerações seguintes.

Bibliografia:

- Costa, Líliliana (1992). *Matemática — 10º Ano*. Lisboa: Texto Editora.
- Radice, L. Lucio (1971). *La Matematica da Pitagora a Newton*. Roma: Editori Riuniti.
- Vários autores (1987). *Galileu, Descartes e o Mecanismo*. Lisboa: Gradiva.

J. Orlando de Freitas
Esc. Sec. Francisco Franco (Funchal)