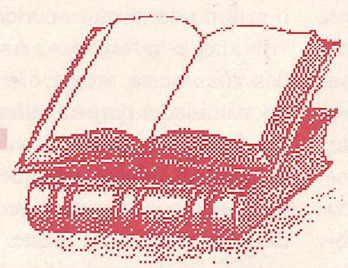

Leituras

Tem início neste número, uma nova secção na Educação e Matemática. Com **Leituras** *pretende-se criar mais um espaço que possibilite a colaboração dos leitores, neste caso através, precisamente, das leituras que vão fazendo, em livros, revistas ou jornais. Caberão aqui, assim, textos que nos queiram enviar, e que desde já vos convidamos a fazer, e que poderão ser recensões de livros ou parte de livros, reflexões a propósito de um artigo de uma revista ou jornal, ou mesmo, comentários motivados por algum acontecimento, narração ou opinião, divulgados em algum meio de informação. Ficamos, pois, à espera das vossas leituras, já para o próximo número.*

O texto com que a secção se inicia foi elaborado a partir da leitura do livro ***Le pouvoir des mathématiques*** [1] *da autoria de Moshé Flato . Trata-se de um pequeno livro com cerca de 100 páginas onde o autor, professor de Matemática na universidade de Bourgogne, procura responder, num texto escrito de forma simples e acessível, à pergunta "qual é a natureza do poder da Matemática?". O texto que se apresenta dá conta apenas de parte do livro e, dado o assunto abordado, resolvi intitulá-lo*

O trabalho dos matemáticos

Abordando a questão da investigação em Matemática, Moshé Flato começa por desmontar o que chama de "erro grosseiro" daqueles que vêem a Matemática como uma ciência longe dos seus "momentos de efervescência criadora" de outrora e onde hoje nada se inventa ou descobre. Considera que na origem desse erro estão várias causas, desenvolvendo, em particular duas delas: em primeiro lugar, a grande difusão da imagem da "Big Science" (em inglês no original), o que conduziu a uma identificação da pesquisa científica com o trabalho de equipas numerosas que utilizam equipamentos científicos sofisticados e orçamentos elevados, o que, como diz, em nada parece condizer com a tradição do trabalho em Matemática; e, em segundo lugar, a imagem largamente divulgada do matemático como um "simples virtuoso do cálculo", imagem que não se coaduna com a actividade de investigador, muito em especial desde que se dispõe dos computadores para tarefas como essa.

Associando-as a "ilusões epistemológicas", o autor considera as duas ideias atrás referidas relativas aos matemáticos e ao seu trabalho científico, como "caricaturas sem fundamento real" imediatamente evidentes para quem esteja a par da "prática viva" actual dos matemáticos. Embora reconhecendo que tradicionalmente os matemáticos trabalham quase sempre sózinhos e "sem necessidade de mais equipamento para além de papel, lápis e uma biblioteca", Flato constata a existência cada vez mais frequente de problemas para cuja resolução concorrem especialistas de diversas áreas matemáticas por vezes organizados em equipas de trabalho. A este respeito, chama a atenção para o facto de que se tem vindo a desenvolver na Matemática, desde o princípio do século, um processo de "especialização interna" que, se por um lado tem dado origem a áreas matemáticas muito especializadas entre as quais a comunicação é difícil, por outro lado, tem feito surgir numerosos problemas novos onde trabalham em equipa especialistas de origem diversa. "Na realidade", continua Flato, "de há quarenta ou cinquenta anos para cá, ainda que o essencial das actividades matemáticas permaneça constituído pelo trabalho de pesquisa individual, acumulam-se os exemplos de tais trabalhos colectivos".

No que se refere ao cálculo, sem questionar a sua importância para o trabalho do matemático — "Não se pode certamente ser matemático sem fazer cálculos. Um matemático, por essência e destino não pode dispensar-se de calcular" — o autor, no entanto, chama a atenção para o facto dos cálculos que os matemáticos fazem não se limitarem aos cálculos do engenheiro (numérico, algébrico, de equações). Por serem "cada vez mais abstractos" e incidirem sobre objectos "cada vez mais gerais", esses cálculos, diz-nos, "permitem instituir relações novas entre os objectos sob a forma de novos teoremas (neste estádio, aliás, o cálculo confunde-se com a reflexão)".

Posto isto, Moshé Flato considera que, de uma maneira geral, se pode dizer que a investigação matemática se desenvolve de acordo com dois grandes propósitos: "descobrir relações novas entre objectos matemáticos já conhecidos", ou, "imaginar situações, problemáticas, onde os objectos conhecidos já não são suficientes para formular os problemas". É assim salientado, como fonte do desenvolvimento matemático, "o trabalho interno da Matemática sobre si própria" cuja inegável importância, diz-nos Flato, pode ser evidenciada através de muitos exemplos.

No entanto, como salienta o autor, a Matemática também se desenvolve alimentando-se de fontes que lhe são exteriores, "sob a impulsão de outras disciplinas", como no exemplo que nos dá da Física, através de Newton: "sabemos que a questão de partida não era de modo nenhum um questão interna à Matemática mas um problema da Física. Newton, procurando formular correctamente as leis da Física, deu-se conta que não o podia fazer sem pôr em funcionamento um novo instrumento matemático: foi assim que ele teve que inventar o cálculo diferencial". Trata-se, assim, de um caso em que uma necessidade exterior à Matemática provocou um desenvolvimento da Matemática, uma situação, em que, nas palavras do autor, se vai "da Física à Física passando pela Matemática". Esta influência da Física na Matemática, acrescenta ainda, vai no entanto mais além, estando mesmo na origem "uma nova maneira de pensar", que leva os matemáticos a recorrerem a métodos e formalismos da Física para resolver problemas matemáticos.. Simetricamente, como o autor chama atenção, está-se agora em presença de uma situação em que se vai "da Matemática à Matemática passando pela Física", de que nos é dado como exemplo, a utilização da teoria dos campos da Física na resolução de problemas da teoria dos nós e o desenvolvimento que deu origem nas álgebras de operadores em Matemática.

Para sintetizar o ponto de vista em relação à investigação em Matemática, M. Flato, considera que os Matemáticos se podem dividir em dois grandes grupos "muito diferentes", de acordo com o modo como realizam o seu trabalho investigativo. Num primeiro grupo, a que chama de "newtoniano", inclui os matemáticos que trabalham sobre o contínuo e "numa relação privilegiada com a mecânica". Tratam-se, como nos diz, de matemáticos, que, "partindo de equações diferenciais, são sempre capazes de imaginar um modelo mecânico subjacente ao seu pensamento". Num segundo grupo, que sugere poder chamar-se de "pitagórico", inclui os matemáticos que trabalham com o discreto, como a teoria dos números, e em que o seu pensamento, "mais abstracto", não tem qualquer suporte mecânico. Chamando a atenção para que sempre houve, do ponto de vista histórico, fortes relações entre estes dois grupos, Flato considera a sua visão como uma "versão moderna" da subdivisão clássica entre a álgebra e a análise ou, mais remotamente ainda, entre a aritmética e a geometria, subdivisões que, em sua opinião correspondem a "duas tendências profundas e persistentes do pensamento matemático". É interessante estabelecer aqui um paralelo com o que diz Henri Poincaré, logo no início do seu texto "Intuição e lógica"[2]. Também Poincaré, quando se refere à natureza do espírito dos matemáticos, divide-os em dois grupos distinguindo entre analistas e geómetras: os primeiros, como diz, mais preocupados com a lógica, e, os segundos sobretudo conduzidos pela intuição.

Para M. Flato as duas tendências que referiu, com o desenvolvimento mais recente da Matemática, estão, no entanto, cada vez mais próximas uma da outra. Diz, assim, ser errado imaginar limites rígidos entre os diversos domínios e subdomínios matemáticos, uma vez que "a maior parte das noções e desenvolvimentos mais ricos e naturais em Matemática são os que se situam sobre dois domínios diferentes onde mergulham as suas raízes (...) integrando-os numa espécie de multidisciplinaridade interna à Matemática". Como exemplo típico desta situação, o autor apresenta o caso da noção de grupo que, tendo surgido do pensamento "discreto", veio a desenvolver-se no quadro do pensamento "contínuo" e, depois, em ambos os níveis —"cada um deles alimentado-se do outro" — integrando hoje, entre outros domínios, a geometria diferencial, a álgebra, a análise, a teoria da medida, a topologia algébrica e a aritmética. Flato aproveita aqui para criticar a "apresentação formalista e escolástica" dos resultados matemáticos que, precisamente, esconde este tipo de progresso que actualmente se verifica em Matemática.

Depois das distinções que realiza entre matemáticos "newtonia-nos" (que trabalham no contínuo) e matemáticos "pitagóricos" (que trabalham no discreto), entre os que desenvolvem uma investigação visando novas relações entre objectos conhecidos e os que procuram novas situações onde já não bastam os objectos matemáticos conhecidos para a formulação dos problemas, e ainda, entre aqueles cuja investigação é motivada exclusivamente por necessidades internas à própria Matemática e aqueles em que isso acontece por inspiração no exterior da Matemática, Moshé Flato apresenta-nos uma outra categorização dizendo respeito à forma como a Matemática pode progredir e ao tipo de trabalho que os matemáticos desenvolvem, dividindo-os, também desta vez, em dois grupos: os "*problem-solvers*" e os "*theory-makers*" (em inglês no original).

No primeiro grupo, inclui os matemáticos cuja a actividade consiste em "resolver problemas clássicos" de origem diversa (interna ou externa à matemática), e, neste caso, a Matemática progride através da resolução desses problemas que, formulados com base em teorias já estabelecidas a sua solução, no entanto, estava ainda por encontrar. No segundo grupo, inclui aqueles cuja a actividade consiste em "construir novas teorias", sendo que, assim, o progresso da Matemática se realiza pela aquisição de uma nova forma de ver, por "uma definição de estruturas que enriquecem a Matemática e abrem a possibilidade de pensar e resolver novos problemas" .

Evocando o trabalho recente de um conjunto de matemáticos conhecidos, Flato vai ainda mais longe, considerando que o trabalho desses matemáticos é bem um exemplo de "como da ideia preconcebida de se ser um *problem-solver* (...), se se é inelutavelmente levado a ser um *theory-maker*", fenómeno que considera novo na Matemática e que evidencia a sua unidade.

Moshé Flato continua abordando a questão da relação da Matemática com as outras ciência, muito em particular com a Física, e aspectos das influências sociais e culturais no trabalho dos matemáticos. Mas isso fica para outras **Leituras.**

Henrique M. Guimarães

[1] Flato, M. (1990). *Le pouvoir des mathématiques*. Pais: Hachette.

[2] A APM já publicou este texto traduzido no número 11 dos *cadernos de Educação Matemática* (APM: 1988)

O problema do trimestre

(continuação da p. 12)

Luis Carmelo pergunta: *Quanto tempo devem os dois agentes esperar um pelo outro para que a probabilidade do encontro seja exactamente 50%?*

Pedro Esteves avançou com uma fórmula que relaciona a probabilidade de encontro com o tempo de espera dos agentes.

Alberto Canelas, contudo, enviou-nos um estudo muito desenvolvido sobre o problema e os seus prolongamentos e variantes. Dado nos parecer de grande interesse, publicá-lo-emos no nosso próximo número.

José Paulo Viana

Vantagens pedagógicas...

(continuação da p. 30)

Referências

Bruner, J. S. (1973). *O processo da educação*. São Paulo: Companhia Editora Nacional.

Fernandes, J. A. (1990). *Concepções erradas na aprendizagem de conceitos probabilísticos*. Universidade do Minho, Braga: Dissertação de Mestrado não publicada.

Glaymann, R. J. & Varga, T. (1975). *Les probabilités à l'école*. Paris: CEDIC.

Hacking, I. (1975). *The emergence of probability*. London: Cambridge University Press.

Hawkins, A. S. & Kapadia, R. (1984). Children's conceptions of probability - A psychological and pedagogical review. *Educational Studies in Mathematics*, 15, 349-377.

Konold, C. (1983). *Conceptions of probability: Reality between a rock and a hard place*. University of Massachusetts: Dissertação de doutoramento não publicada.

Konold, C. (1988). *Understanding students' beliefs about probability*. University of Massachusetts: Artigo não publicado [A publicar em E. von Glasersfeld (Ed.), *Constructivism in mathematics education*].

Matalon, B. (1980). Epistemologia das probabilidades. In J. Piaget (Ed.), *Lógica e conhecimento científico*. Porto: Livraria Civilização-Editora.

Ministério da Educação (1991). *Programa experimental de Matemática* (3° ciclo do ensino básico, ensino secundário e Métodos Quantitativos). Lisboa: Ministério da Educação.

Orton, R. E. (1988). Using subjective probability to introduce probability concepts. *School Science and Mathematics*, 88(2), 105-112.

Sebastião e Silva, J. (1975). *Curso complementar do ensino secundário*-1° vol., 2° tomo. Lisboa: GEP.

Travers, K. J. (1981). Using Monte Carlo methods to teach probability and statistics. In A. P. Shulte e J. R. Smart (Eds), *Teaching statistics and probability* [Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics]. Reston: NCTM.

Ventsel, H. (1973). *Théorie des probabilités*. Moscou: Éditions MIR.

José A. Fernandes
Conceição Almeida
Instituto de Educação da Universidade do Minho