

O problema do trimestre

Sobre as respostas ao problema anterior

No número anterior de “Educação e Matemática” propusemos este problema “Encontro na Praça Vermelha”:

Dois agentes secretos têm um encontro marcado para um certo dia de Outubro na Praça Vermelha. Com receio de uma possível actuação da contra espionagem, tomaram as seguintes medidas de precaução:

- Cada um deles chega à praça num momento escolhido ao acaso entre o meio-dia e a uma hora da tarde.

- Nenhum deles espera mais de 15 minutos pelo outro.

Qual é a probabilidade de o encontro realmente se efectuar?

Desta vez tivemos respostas de Alberto Canelas (Quefuz), Helena Rocha (Lisboa), Luis Carmelo (Tondela) e Pedro Esteves (Seixal). Os processos de resolução seguidos foram muito parecidos.

A primeira conclusão a tirar dos dados do problema é que “os dois agentes se encontram se as suas chegadas estiverem separadas por menos de 15 minutos”, como diz Pedro Esteves, acrescentando: “Não adianta a qualquer dos agentes esperar para além das 13 horas — o outro ou já chegou e ainda está na praça, ou já chegou e já partiu”.

Imaginemo-nos da pele de um dos agentes. Há várias situações diferentes, conforme a nossa hora de chegada.

1ª) Chegamos entre o meio-dia e as 12h15. A probabilidade varia. É mínima ao meio-dia: só há encontro se o outro entrar na Praça até às 12h15 e portanto a probabilidade é $15/60 = 0,25$. Vai crescendo, atingindo um máximo às 12h15: há encontro se o outro chegar

entre o meio-dia e o meio-dia e meia hora e portanto a probabilidade é 0,5.

2ª) Chegamos entre as 12h15 e as 12h45. Neste período a probabilidade é constante e igual a 0,5. A boa hora de chegada para o outro agente terá de estar num intervalo de meia hora: desde 15 minutos antes da nossa chegada até 15 minutos depois.

3ª) Chegamos no último quarto de hora. É uma situação simétrica da primeira. A probabilidade é máxima (0,5) às 12h45 e vai descendo até 0,25 às 13h00.

Com isto sabemos já que a probabilidade final vai ser um número situado entre 0,25 e 0,5.

Uma maneira simples de obter a solução é começar por fazer um gráfico, representando no eixo horizontal a hora de chegada de um dos agentes e no vertical a hora de chegada do outro. A sombreado marca-se a zona correspondente às situações em que houve encontro dos dois agentes.

A probabilidade de o encontro se verificar é dada pela razão entre a área sombreada e a área do quadrado.

$$\text{Área Quadrado} = 60 \times 60 = 3600$$

$$\text{Área não sombreada} =$$

$$= 2 \times 45 \times 45 / 2 = 2025$$

$$\text{Área Sombreada} =$$

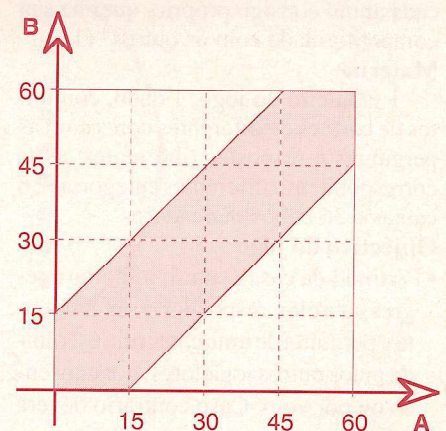
$$= 3600 - 2025 = 1575$$

$$\text{Probabilidade de encontro} =$$

$$= \frac{1575}{3600} = \frac{7}{16} = 0,4375 \text{ ou } 43,75\%$$

Este problema, que encontramos no livro de Yaglom & Yaglom *Challenging Mathematical Problems with Elementary Solutions* (Dover, Nova York, 1987) sugeriu diversos prolongamentos e variantes.

(continua na pág. 36)



Problema proposto

UM TRIÂNGULO APM

Construir um triângulo [APM], não equilátero, nas seguintes condições:

- O lado [AP] mede 10 cm.
- A mediatriz a [AP], a altura a partir de A e a mediana a partir de P são concorrentes no mesmo ponto.

Evocando o trabalho recente de um conjunto de matemáticos conhecidos, Flato vai ainda mais longe, considerando que o trabalho desses matemáticos é bem um exemplo de "como da ideia preconcebida de se ser um *problem solver* (...), se se é inelutavelmente levado a ser um *theory-maker*", fenómeno que considera novo na Matemática e que evidencia a sua unidade.

Moshé Flato continua abordando a questão da relação da Matemática com as outras ciência, muito em particular com a Física, e aspectos das influências sociais e culturais no trabalho dos matemáticos. Mas isso fica para outras **Leituras.**

Henrique M. Guimarães

¹ Flato, M. (1990). *Le pouvoir des mathématiques*. Pais: Hachette.

² A APM já publicou este texto traduzido no número 11 dos *cadernos de Educação Matemática* (APM: 1988)

O problema do trimestre

(continuação da p. 12)

Luis Carmelo pergunta: *Quanto tempo devem os dois agentes esperar um pelo outro para que a probabilidade do encontro seja exactamente 50%?*

Pedro Esteves avançou com uma fórmula que relaciona a probabilidade de encontro com o tempo de espera dos agentes.

Alberto Canelas, contudo, enviou-nos um estudo muito desenvolvido sobre o problema e os seus prolongamentos e variantes. Dado nos parecer de grande interesse, publicá-lo-emos no nosso próximo número.

José Paulo Viana

Vantagens pedagógicas...

(continuação da p. 30)

Referências

Bruner, J. S. (1973). *O processo da educação*. São Paulo: Companhia Editora Nacional.

Fernandes, J. A. (1990). *Concepções erradas na aprendizagem de conceitos probabilísticos*. Universidade do Minho, Braga: Dissertação de Mestrado não publicada.

Glaymann, R. J. & Varga, T. (1975). *Les probabilités à l'école*. Paris: CEDIC.

Hacking, I. (1975). *The emergence of probability*. London: Cambridge University Press.

Hawkins, A. S. & Kapadia, R. (1984). Children's conceptions of probability - A psychological and pedagogical review. *Educational Studies in Mathematics*, 15, 349-377.

Konold, C. (1983). *Conceptions of probability: Reality between a rock and a hard place*. University of Massachusetts: Dissertação de doutoramento não publicada.

Konold, C. (1988). *Understanding students' beliefs about probability*. University of Massachusetts: Artigo não publicado [A publicar em E. von Glasersfeld (Ed.), *Constructivism in mathematics education*].

Matalon, B. (1980). Epistemologia das probabilidades. In J. Piaget (Ed.), *Lógica e conhecimento científico*. Porto: Livraria Civilização-Editora.

Ministério da Educação (1991). *Programa experimental de Matemática* (3º ciclo do ensino básico, ensino secundário e Métodos Quantitativos). Lisboa: Ministério da Educação.

Orton, R. E. (1988). Using subjective probability to introduce probability concepts. *School Science and Mathematics*, 88(2), 105-112.

Sebastião e Silva, J. (1975). *Curso complementar do ensino secundário-1º vol., 2º tomo*. Lisboa: GEP.

Travers, K. J. (1981). Using Monte Carlo methods to teach probability and statistics. In A. P. Shulte e J. R. Smart (Eds), *Teaching statistics and probability* [Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics]. Reston: NCTM.

Ventsel, H. (1973). *Théorie des probabilités*. Moscou: Éditions MIR.

José A. Fernandes
Conceição Almeida
Instituto de Educação da
Universidade do Minho

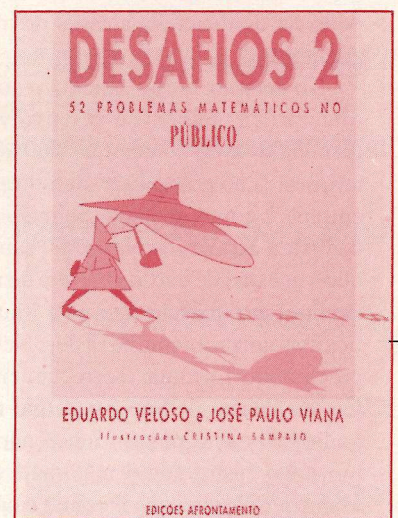
EDIÇÕES  AFRONTAMENTO

Uma Nova Coleção

VIVA A MATEMÁTICA!

UMA COLEÇÃO
EM QUE A MATEMÁTICA
APARECE DE FORMA DIVERTIDA,
DIFERENTE OU INOVADORA, VALORIZANDO O
RACIOCÍNIO E NÃO EXIGINDO
CONHECIMENTOS ESPECIAIS

Nº 2



Preço de Capa do Nº 1 1.900\$00

Preço de Capa do Nº 2 1.900\$00

CONDIÇÕES DE AQUISIÇÃO ESPECIAIS
PARA PROFESSORES:

Preencha o Boletim e envie para
EDIÇÕES AFRONTAMENTO, LDA.

Rua Costa Cabral, 859
4200 PORTO

e receberá os livros sem mais encargos

Nome

Morada

Telefone Professor de

Junto envio o cheque nº sobre o Banco

..... no valor de :

Desafios 1 1.500\$00

Desafios 2 1.500\$00

Total \$00