

# Perspectivas Interdisciplinares em Física e Matemática

Cremilde Ribeiro e Margarida Junqueira

No âmbito das actividades de formação de professores promovidas pelo Pólo do Projecto MINERVA da FCT/UNL, levámos a cabo, em 1991, um trabalho de pesquisa e formação subordinado ao tema geral “Perspectivas Interdisciplinares em Física e Matemática”.

As interrelações entre a Física e a Matemática são múltiplas e variadas. Um dos pontos de vista em que podem ser discutidas é o da articulação de saberes respectivos com base em situações experimentais concretas. Tais considerações servem para fundamentar e contextualizar as opções por nós tomadas no que se refere aos temas abordados no curso, bem como às metodologias utilizadas. Afim de se proporcionar uma ideia mais clara sobre o trabalho realizado incluem-se alguns exemplos das actividades propostas aos professores. O texto ficaria, porém, incompleto sem algumas reflexões, nomeadamente sobre a forma como os diferentes grupos de professores aderiram às nossas propostas.

## 1. Introdução

### 1.1 Cruzar a Física com a Matemática

Cruzar a Física com a Matemática não pode ser considerado propriamente uma ideia original. Desde os tempos mais remotos que estes dois ramos do saber se têm comportado qual casal ora profundamente enamorado, fundindo-se numa união profícua, ora com profundas desavenças, trabalhando furiosamente de costas viradas, tentando demonstrar a sua independência e superioridade recíprocas.

A evolução do conhecimento científico fez-se marcada por uma forte tendência para a especialização e particularização dos diferentes ramos do saber. Esta tendência traduz-se por uma organização curricular do ensino espartilhada em disciplinas apresentadas aos alunos (e aos professores) como nós de uma rede com fracas ou nulas conexões entre si.

São hoje reconhecidos os efeitos per-

versos da «excessiva parcelização e disciplinarização do saber científico [que fazem] do cientista um ignorante especializado» (Santos, 1987, p. 46). O reconhecimento da complexidade dos fenómenos organizadores da pessoa, da sociedade e do Mundo, e a necessidade da sua compreensão, veio provocar uma mudança nesta ênfase e promover novos quadros epistemológicos e novas abordagens metodológicas que opõem a fragmentação temática à fragmentação disciplinar.

No âmbito das disciplinas do 3º ciclo do ensino secundário a Física e a Matemática situam-se entre as que menos se ignoram, — não há dúvida que muitos professores de Física apostam no domínio dos conceitos e algoritmos matemáticos como forma de ir mais longe no entendimento da Física e que muitos professores de Matemática se socorrem de problemas físicos como meio de descobrir e/ou aplicar ideias matemáticas. Porém, a verdade é que poucos são os que conseguem uma verdadeira unificação destes dois saberes, abordando-os a partir de temas, na perspectiva referida anteriormente.

### 1.2 Partir de situações experimentais

A acrescentar a estas questões há, ainda, a forma descontextualizada e formal de que se reveste o ensino em geral e destas duas disciplinas em particular. Fazem-se experiências físicas com giz ... no quadro, constroem-se modelos matemáticos sem a menor preocupação em os relacionar com as situações que lhes subjazem ou a que se podem aplicar.

Que dizer do conhecimento assim “adquirido”?

Qual é o significado de *medida* para quem só ouve falar de medidas sem ter a

possibilidade de medir? De *movimento* para quem não os provoca e observa em tempo real? De *vector* quando este é apresentado como *a propriedade comum a segmentos de recta equipolentes*?

Espantamo-nos com a dificuldade demonstrada pelos alunos no desenvolvimento do raciocínio e na transferência das aprendizagens para novas situações. Mas esquecemo-nos que a aprendizagem enquanto processo no qual os alunos absorvem informação e a armazenam de forma fragmentada ignora as reais fontes do conhecimento, —as situações problemáticas que propiciam um envolvimento activo. «As actuais estratégias de ensino devem ser invertidas, o conhecimento deve resultar da experiência com situações concretas. Desta forma os alunos podem reconhecer a necessidade de aplicar um determinado conceito ou procedimento e adquirir uma forte base conceptual que lhes sirva mais tarde para reconstruir o seu conhecimento» (NCTM, 1991, p.11).

## 2. O curso

A reflexão sobre estas questões levou--nos, assim, a pensar um curso de formação de professores com base na exploração de situações experimentais diversificadas que permitissem investigar e construir significados para novas situações, interrelacionando conceitos e suas aplicações à luz da Física e da Matemática.

Para a frequência do curso foram seleccionados, preferencialmente, pares de professores de Física e de Matemática da mesma escola que aceitaram o compromisso de desenvolverem trabalho em conjunto.

As seis sessões do curso decorreram mensalmente entre Janeiro e Junho de 1991. A existência de períodos relativamente longos entre as sessões possibilitou, por um lado o aprofundamento das matérias a tratar, por outro a progressiva adaptação dos temas e metodologias aos interesses e necessidades manifestados pelos participantes. A primeira sessão do curso teve carácter teórico. Na sua primeira parte foi proferida uma lição subordinada ao tema “Uma visão física da

Matemática ou uma visão matemática da Física”, pelo Dr. Vítor Duarte Teodoro, após o que se seguiu a análise comparativa das propostas dos novos programas de Física e Matemática. As quatro sessões seguintes tiveram um carácter essencialmente prático. Em todas elas se adoptou a mesma metodologia de trabalho, baseada na realização de experiências e problemas físicos, antecedida ou seguida pela discussão teórica dos modelos que lhes estavam subjacentes, quer do ponto de vista físico, quer do ponto de vista matemático. Estas sessões<sup>1</sup> são descritas com mais pormenor no § 2.1. Encerrou-se o curso com uma conferência sobre “Modelos, atitudes e padrões das ciências” proferida pelo Prof. Doutor Nunes dos Santos, à qual se seguiu um debate sobre o mesmo tema e que possibilitou uma reflexão colectiva sobre o trabalho realizado ao longo do curso.

Realizámos mais duas “versões” da parte prática do curso, uma para professores de Física e de Matemática da Escola

Secundária do Monte da Caparica, — escola que sempre colocou à nossa inteira disposição as instalações e o equipamento necessário para a realização deste trabalho—, e outra para professores de Matemática inserida nos cursos que antecederam o PROFMAT 91. O tema “Um verdadeiro movimento” (ver § 2.1) deu origem ainda a quatro sessões práticas<sup>2</sup>. Nestas sessões participaram professores de Física e de Matemática (mas sem que a sua inscrição se fizesse por “pares”) ou apenas professores de uma das disciplinas.

### 2.1 Temas abordados<sup>3</sup>

#### 2.1.1 Medir, calcular, estimar...

Como ponto de partida para o trabalho a desenvolver considerou-se fundamental confrontar os professores com algumas questões que se colocam no domínio da utilização do método experimental, em particular na medição directa e indirecta de grandezas. Quando se efectua uma medição obtém-se sempre

---

### Algumas actividades propostas

#### 1 Volumes de sólidos. Massas e massas volúmicas

- Introduza uma esfera de aço numa proveta com água e meça o volume de líquido deslocado.
- Determine o raio da esfera .
- Compare o valor que obteve anteriormente com o valor que pode determinar utilizando uma craveira.
- Critique os resultados.
- Utilize a balança para determinar a massa da esfera de aço.
- Determine a massa volúmica do aço.

#### 2 Ordem de grandeza do tamanho de uma molécula

- Numa tina de vidro, larga e limpa, deite água até, aproximadamente, metade da altura.
  - Friccione um pau de giz com lixa e deixe cair uma fina camada de pó sobre a superfície da água.
  - Com um conta gotas deixe cair uma gota da solução alcoólica de ácido oleico sobre a superfície da água da tina. Proceda de modo a poder estimar a área da película formada.
  - Determine o volume de uma gota. (Sugestão: meça o volume ocupado por um determinado número de gotas e calcule a partir daqui o volume de uma gota.)
  - Determine a espessura da camada de ácido oleico.
- Uma vez que o ácido oleico está muito diluído em álcool, podemos admitir que a gota da solução vai espalhar-se completamente à superfície da água.e que o álcool se evapora. Assim, as moléculas ocupam uma só camada, encontrando-se “encostadas” umas às outras. A espessura da camada é uma estimativa aceitável para o diâmetro da molécula de ácido oleico.

#### 3 Estrelas brancas anãs

As estrelas brancas anãs são extremamente densas. Têm uma massa volúmica de cerca de 100 milhões kg/m<sup>3</sup>. Se tivesse uma caixa de fósforos cheia de matéria de uma dessas estrelas, qual seria a sua massa?

um valor aproximado para a medida, com determinado grau de precisão o qual depende de vários tipos de erros. Assim, analisou-se o rigor com que se deve proceder às medições, bem como o modo de exprimir o valor de uma grandeza através do produto de um valor numérico por uma unidade, questão que nem sempre é tida em conta pelos professores de matemática, facto que levanta dificuldades aos alunos.

Os trabalhos experimentais e problemas realizados permitiram abordar os temas seguintes :

- a importância da estimativa
- a importância da medição
- medidas de grandezas
- erros
- algarismos significativos
- ordem de grandeza de um número

### 2.1.2 Um verdadeiro movimento

Nesta sessão realizou-se um trabalho experimental que permitiu estudar o movimento de um móvel que se deslocou por acção de uma força de tracção constante. A análise e interpretação dos dados experimentais, utilizando uma Folha de Cálculo, permitiu:

- determinar o valor da aceleração
- determinar o valor de velocidades instantâneas

Através deste estudo procurou-se exemplificar a utilização prática dos conceitos matemáticos seguintes:

- recta de regressão e coeficiente de correlação
- derivada, quer como limite do quociente entre a variação da posição e o intervalo de tempo correspondente quando este tende para 0, quer como declive da tangente ao gráfico da função  $x=f(t)$ .

## 3. Conclusões

A observação da atitude dos professores nos diferentes cursos e sessões práticas (no total cerca de 50 professores participaram nos cursos e 60 nas sessões práticas), as conversas que fomos tendo e as fichas de avaliação permitem-nos estabelecer as conclusões que se seguem.

- O primeiro curso foi o que melhor resultou, na medida em que nos pareceu ser o que propiciou interações mais

## Actividade proposta

1 Monte o equipamento experimental<sup>4</sup> que permite colocar em movimento um carro através da aplicação de uma força de tracção constante, e simultaneamente marcar numa fita de papel pontos a intervalos de tempo iguais, como se mostra na figura 1.

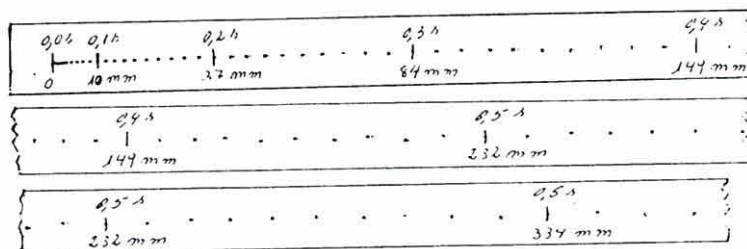


Figura 1

2 O intervalo de tempo que decorre entre dois pontos é 0,01 s. Registe as posições  $x$  dos sucessivos pontos marcados na fita de papel (com erro inferior a 0,5 mm) e relacione as distâncias percorridas com os intervalos de tempo correspondentes.

De acordo com a hipótese de Galileu, mais tarde explicitada por Newton, uma força constante provoca, num móvel, um movimento uniformemente acelerado. Assim, a razão entre a distância percorrida pelo móvel, e o quadrado do tempo que essa distância demora a ser percorrida deve ser constante, sendo o dobro dessa constante a aceleração do movimento.

3 Para verificar esta hipótese, introduza os dados experimentais numa folha de cálculo e construa um gráfico da função  $x=f(t^2)$ . Observe que os pontos parecem dispersarem-se à volta de uma recta que parece passar pela origem, deixando prever a existência de uma relação de proporcionalidade directa entre as duas grandezas.

4 Procure traçar a recta que melhor se ajuste aquele conjunto de pontos experimentais utilizando o método dos mínimos quadrados. O dobro do declive dessa recta representa uma estimativa do valor da aceleração.

Este estudo é exemplificado no Quadro I e na figura 2.

A	B	C	D	E	F	G
tempo - $t$	tempo <sup>2</sup> - $t^2$	posição - $x$	$(t^2)^2$	$t^2 \times x$	$y=71.9 x+1.1$	$x^2$
0	0	0	0	0	1.129103	0
.1	.01	1.7	.0001	.017	1.848271	2.8
.2	.04	4.6	.0016	.184	4.005777	21.1
.3	.09	8.2	.0081	.738	7.601619	67.2
.4	.16	13.7	.0256	2.192	12.63580	187.6
.5	.25	20.0	.0625	5	19.10832	40
.6	.36	27.3	.1296	9.828	27.01917	745.2
.7	.49	35.7	.2401	17.493	36.36836	1274.4
.8	.64	45.6	.4096	29.184	47.15589	2079.3
.9	.81	55.8	.6561	45.198	59.38175	3113.6
1	1	76.7	1	76.7	73.04595	5882.8
Somas =	3.85	289.3	2.5333	186.534	---	13774.8
declive =	71.9		$r =$	.99		
ord. orig.=	1.1		$r^2 =$	.99		

Quadro I

Neste exemplo, a aceleração do movimento é  $a=1,4 \text{ m/s}^2$

5 Compare este valor com o valor da aceleração determinado através da segunda lei de Newton:  $a=F/m$  ( $F$  - força que provoca o movimento e  $m$  - massa do sistema).

6 Na segunda parte do trabalho pretende-se estimar o valor da velocidade em cada um dos instantes 0; 0,1; 0,2; ... Para tal considere intervalos de tempo  $\Delta t$  cada vez menores que se aproximam do instante em causa.

7 Determine o valor da velocidade média  $(\Delta x/\Delta t)$  em cada um desses intervalos. O valor

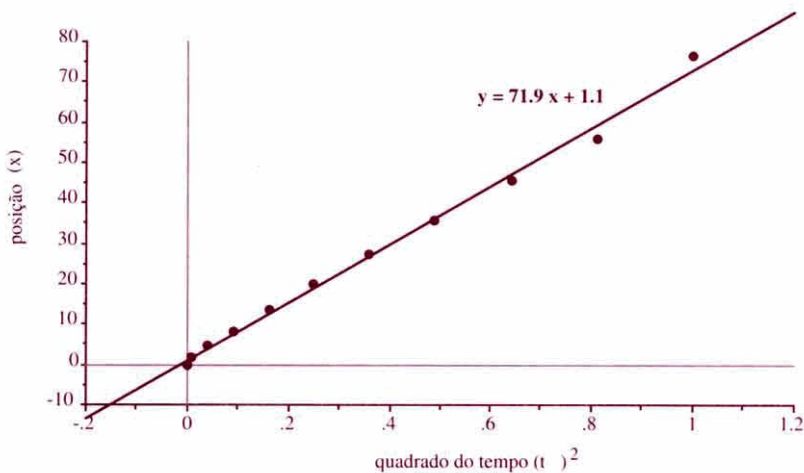


Figura 2

para o qual tendem as velocidades médias é o valor da velocidade instantânea. Este limite é, por definição, a derivada de  $x=f(t)$  no instante  $t$ :

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = f'(t)$$

Por exemplo, no caso  $t=0,3$  s, meça para cada  $\Delta t$  indicado o valor correspondente de  $\Delta x$  na fita de papel e complete o Quadro II.

$\Delta t$ (s)	$\Delta x$ (cm)	$v_m = \Delta x / \Delta t$
0,30-0,20=0,10		
0,30-0,21=0,09		
...		
0,30-0,29=0,01		
-----	-----	$v_{0,3} \approx$
-----	-----	$v_{0,3} \approx$
0,31-0,30=0,01		
...		
0,39-0,30=0,09		
0,40-0,30=0,10		

Quadro II

8 O valor da velocidade instantânea que se obtém por este processo, é pouco rigoroso. Calcular o seu valor por outro processo.

- Construa e imprima o gráfico  $x=f(t)$  (posição em função do tempo)
- Trace a tangente ao gráfico no ponto de abscissa  $t=0,3$
- Determine o declive da recta tangente ao gráfico nesse ponto (figura 3)

9 Calcule os valores das restantes velocidades instantâneas.

10 Construa o gráfico dos pontos experimentais  $v=f(t)$ , trace a recta de regressão destes pontos e determine o respectivo coeficiente de correlação. O declive desta recta é a terceira estimativa do valor da aceleração.

11 Compare e comente os três valores que obteve para a aceleração.

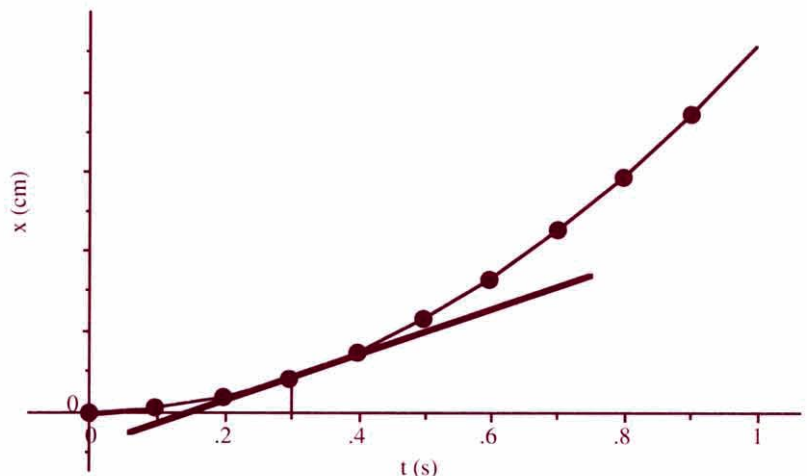


Figura 3

ricas, mesmo tendo em conta que foi o primeiro e que nas acções seguintes muita coisa foi reformulada. Levanta-se, contudo, a questão de saber se tal se ficou a dever: à duração do curso, à introdução de sessões com carácter teórico a par das sessões práticas, aos “pares física-matemática”, ou a outros factores que não identificámos.

• Neste curso foi solicitada aos professores a apresentação de uma proposta de situação problemática que interrelacionasse conceitos de Física e de Matemática para ser realizada por alunos. Apenas um professor completou o trabalho e a maioria nem sequer o tentou. Aparentemente é contraditório o modo entusiástico como todos os professores se empenharam na realização das actividades que lhes foram propostas e a falta de vontade em realizarem um trabalho deste tipo com os seus alunos. A justificação para tal facto prendeu-se essencialmente com razões de ordem logística (falta de tempo, de espaço físico, de equipamentos).

• O tema “Um verdadeiro movimento” (ver § 2.1) foi, sem dúvida, aquele que maior interesse suscitou junto dos participantes. Entre muitas outras razões tal interesse pode ter sido provocado pela utilização da folha de cálculo como meio de estudar os modelos matemáticos das situações em análise.

• Como última reflexão anotamos a sensação desconfortável que atravessou a maioria dos professores de Matemáti-

ca, quando confrontados com o que apelidaram de *falta de rigor matemático dos trabalhos práticos*, nomeadamente dos valores que se obtinham como resultados de medições indirectas. A título de exemplo referimos a desilusão de uma professora que para calcular a medida do raio de um berlinde utilizou uma aproximação de  $\pi$  com 7 casas decimais e que, tendo em conta o erro de leitura respeitante ao instrumento de medição, obteve o mesmo resultado que uma outra sua colega que utilizara  $\pi=3,14$ .

Como afirma Carmona (1991, p. 55): «inovar e mudar a qualidade do acto educativo passa, sem dúvida, por mudar o tipo e o conteúdo do trabalho dos professores». Do nosso ponto de vista o trabalho que desenvolvemos terá contribuído para isso, ainda que de forma modesta, na medida em que proporcionou o espaço e o tempo para a reflexão de grupos de professores em torno de novos modos de abordar velhas questões.

### Bibliografia e referências

ADLEY, P., SHAYER, M., YATES, C. (1989). *Thinking Science - The curriculum materials of the Cognitive Acceleration through Science Education (CASE) Project*. London: Macmillan Education.

ALBUQUERQUE, W., et al (1980). *Manual de Laboratório de Física*. S. Paulo: McGraw-Hill do Brasil.

CARMONA, D. (1991). *Os professores e a Reforma em Educação e Matemática (19/20)* pp. 49-56.

EISBERG, R. M., LERNER, L. S. (1983). *Física. Fundamentos e Aplicações -Volume I-* McGraw-Hill do Brasil.

FERREIRA, V. (1985). *Conjunto Cinemática e Dinâmica* Lisboa: Foc Escolar

GADSDEN, R., QUINCEY, R. (1989). *Quantitative Studies*. Cambridge: ICSA Publishing.

HAVARD PROJECTS PHYSICS (1978). *Projecto Física - Unidade 1 - Conceitos de Movimento*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

INTERNATIONAL UNION OF PURE AND APPLIED PHYSICS (1987). *Symbols, Units, Nomenclature and Fundamental Constants in Physics*. Document IUPAP 25.

MAJORANA, P., HEILMANN, C. (1978). *Ferramentas matemáticas para o estudo de Física*. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (1991). *Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar*. Lisboa: APM e IIE.

PÓLO DO PROJECTO MINERVA DA FCT/UNL (1991). *Manual de Formação 1990/91*. Documento policopiado.

SILVA, J. S. (1978). *Compêndio de Matemática II Volume*. Lisboa: GEP

SILVA, L., VALADARES, J. (1984). *Manual de Física - Tomo I - Mecânica Fundamental*. Lisboa: Didáctica Editora.

SANTOS, B. S. (1987). *Um discurso sobre as Ciências*. Porto: Edições Afrontamento

TOPPING, J. (1972). *Errors of observation and their treatment*. New York: Halsted Press

<sup>1</sup> Por limitações de espaço, não foi possível a inclusão de todas as actividades descritas pelas autoras. Assim, apenas se apresentam neste artigo as sessões relativas aos temas 2.1.1 e 2.1.2. (Nota da Redacção).

<sup>2</sup> Estas quatro sessões tiveram lugar, respectivamente, no âmbito de: 1º Encontro de Professores de Matemática dos Conselhos de Almada e Seixal (Seixal, Julho 1991), Profmat 91 (Porto, Outubro 1991), Encontro do Pólo da UE do Projecto MINERVA, (Évora, Outubro 1991), Encontro de Professores de Física e de Química, Projecto MINERVA, (Pólos do Porto, Porto, Novembro 1991).

<sup>3</sup> Apenas são apresentados neste artigo dois dos temas abordados no curso. O 3º tema, intitulado "Vectores", não pôde ser reproduzido dada a limitação de espaço existente. As autoras enviaram gentilmente à Redacção um exemplar dos materiais do curso, pelo que os leitores interessados poderão consultá-los na APM. (Nota da Redacção).

<sup>4</sup> Para a realização experimental utilizou-se o *Conjunto Cinemática e Dinâmica da FOC Escolar* existente em grande parte no laboratório de física das nossas escolas.

Cremilde Ribeiro e  
Margarida Junqueira  
Projecto MINERVA - FCT  
Universidade Nova de Lisboa

## Encontros Regionais APM em 92/93

De 10 a 12 de Fevereiro de 1993, realizar-se-á nas instalações da Universidade dos Açores, o **AÇORMATE 93**. Este Encontro é promovido pelo Núcleo Regional dos Açores da APM na sequência do trabalho desenvolvido no âmbito do 1º Encontro Regional dos Professores de Matemática que teve lugar entre 22 e 24 de Abril passado na Escola Secundária Domingos Rebelo, em Ponta Delgada.

Informações sobre o AÇORMATE podem ser pedidas para Helena Melo, Dep. de Matemática - Universidade dos Açores, Rua da Mãe de Deus, Apartado 1422, 9502 Ponta Delgada Codex.

Uma semana mais tarde, de 18 a 20 de Fevereiro, decorrerá o Encontro anual dos professores de Matemática do Algarve — **ALGARMAT 93**, Encontro promovido pelo Núcleo Regional do Algarve da APM. Depois de Faro, Lagos, Portimão e Silves, será Olhão o cenário desta iniciativa que os nossos colegas daquela região organizam pelo 5º ano consecutivo.

O ALGARMAT 93 realizar-se-á na Escola Secundária de Olhão. A Comissão Organizadora do Encontro é presidida pelo nosso colega Idalécio Nicolau que é também membro da Comissão Coordenadora do Núcleo do Algarve.

Em 1993 haverá outros Encontros Regionais da APM, programados pelos núcleos respectivos mas cujas datas definitivas não foram ainda fixadas.

Um deles será o **LEIRIMAT 93**, a realizar no 3º período de 1992/93. Será o 3º Encontro anual consecutivo que o Núcleo Regional de Leiria da APM organiza.

Outro será o Encontro da Região de **ALMADA/SEIXAL** promovido pelo núcleo da APM daquela região, iniciativa anual que também já teve duas edições (em 1991 e 1992) e que, como habitualmente, está previsto para datas próximas do final do ano lectivo.