

Corrida de São Silvestre

Inscribi-me na corrida de São Silvestre de Lisboa.

Quando recebi o meu dorsal reparei que, se lhe somasse 124, obtinha um quadrado perfeito.

O mesmo acontecia se lhe acrescentasse 528.

Qual era o número do meu dorsal?

Respostas até 27 de setembro, para zepaulo46@gmail.com



CML-Lisboa Informação

BANHO TEMPERADO

O problema proposto no número 178 da *Educação e Matemática* foi o seguinte:

A Catarina é muito exigente com a temperatura do seu banho de imersão. A água tem de estar a 40°C.

A torneira de água fria debita água a 20°C e enche a banheira em 15 minutos. Já a torneira de água quente, que sai a 70°C, demora 20 minutos a encher a banheira.

Admitindo que não há trocas de calor entre a água e o ambiente exterior, qual é o mínimo de tempo necessário para que a banheira fique cheia à temperatura desejada?

Pergunta adicional, só para quem se sentir com coragem de a atacar: Se a tampa do ralo tivesse um defeito e deixasse escoar água, fazendo com que a banheira se esvaziasse em 90 minutos, qual seria o mínimo de tempo necessário para que a banheira ficasse cheia a 40°C?

Recebemos 12 respostas:

Alberto Canelas (Queluz), António Ricardo, Carlos Dias (Silveira), Catarina Ferreira (Viseu), Delfim Guedes (Guimarães), Diana Leonardo (Funchal), Luana Vale (Guimarães), Luís Alves (Lisboa), Mário Roque (Guimarães), Paulo João, Pedrosa Santos (Caldas da Rainha).

O Alberto começa com um esclarecimento prévio: *O conceito de banheira cheia terá de ser a de uma banheira tendo a quantidade máxima de água que permita que o utilizador da banheira possa entrar dentro dela e mover-se sem restrições, de modo a não transbordar água. A Catarina terá todo o interesse em não inundar a casa de banho ao entrar na banheira.*

Realmente, as banheiras costumam ter, perto do bordo, uma saída de escoamento para o caso das torneiras ficarem involuntariamente abertas, evitando assim uma inundação.

O problema foi resolvido de várias formas. Vejamos as resoluções do Carlos, do Mário e do Paulo.

Seja F a fração do volume da banheira que temos que encher com água fria.

A fração que temos que encher com água quente será $1-F$.

Para obter a temperatura de 40 graus.

$$F \times 20 + (1 - F) \times 70 = 40$$

Resolvendo a equação, vem $F = \frac{3}{5}$ ou $F=0,6$

Portanto teremos que encher $\frac{3}{5}$ da banheira com água a 20 graus e $\frac{2}{5}$ com água a 70 graus.

Se a torneira de água fria enche a banheira em 15 minutos, para encher $\frac{3}{5}$ da banheira demorará $\frac{3}{5} \times 15 = 9$ minutos.

Quanto à torneira de água quente, ela demora 20 minutos a encher a banheira. Portanto para encher $\frac{2}{5}$ da banheira demorará $\frac{2}{5} \times 20 = 8$ minutos

A resposta à primeira questão é que o tempo mínimo para encher a banheira com água a 40 graus é de 9 minutos. Por exemplo, abrindo ambas as torneiras ao mesmo tempo e fechando a de água quente ao fim de oito minutos e a de água fria ao fim de 9 minutos.

O Delfim, o Mário e o Paulo tinham verificado previamente que, se as duas torneiras fossem abertas e fechadas ao mesmo tempo, o tempo de enchimento seria menor (8min34s), mas a água ficaria acima do valor pretendido, a 41,43 graus.

PERGUNTA ADICIONAL

Mário: *Para a pergunta adicional faltou-me muito mais do que coragem... À falta de melhor, sugiro por isso uma intervenção profissional especializada.*

Foram poucos os que tentaram ir mais longe. A resolução mais simples foi a do Luís.

Vimos anteriormente que, para a água ficar a 40 graus, o tempo de abertura da água quente é $\frac{8}{9}$ do tempo da água fria, e que a banheira enche em 9 minutos. Ou seja, a água que entra é, em média, $\frac{1}{9}$ de banheira por minuto. Por outro lado, o defeito da tampa do ralo faz sair $\frac{1}{90}$ de banheira por minuto.

Nestas condições o tempo T para que a banheira fique cheia será dado por

$$T \times \frac{1}{9} - T \times \frac{1}{90} = 1 \Leftrightarrow T = 10$$

Conclusão, são precisos 10 minutos para encher a banheira, com a torneira da água fria aberta nesses 10 minutos e a de água quente a correr durante $\frac{8}{9} \times 10 = \frac{80}{9} \approx 8\text{min}53\text{s}$.

Uma curiosidade: a Diana enviou também a resolução, cuidadosamente feita passo a passo, por Inteligência Artificial (Copilot). Está completamente errada...