

Banho temperado

A Catarina é muito exigente com a temperatura do seu banho de imersão. A água tem de estar a 40°C.

A torneira de água fria debita água a 20°C e enche a banheira em 15 minutos. Já a torneira de água quente, que sai a 70°C, demora 20 minutos a encher a banheira.

Admitindo que não há trocas de calor entre a água e o ambiente exterior, qual é o mínimo de tempo necessário para que a banheira fique cheia à temperatura desejada?

Pergunta adicional, só para quem se sentir com coragem de atacar:

Se a tampa do ralo tivesse um defeito e deixasse escoar água, fazendo com que a banheira se esvaziasse em 90 minutos, qual seria o mínimo de tempo necessário para que a banheira ficasse cheia a 40°C?

(Respostas até 28 de março, para zepaulo46@gmail.com)

LARANJAS PARA UM GRANDE BOLO

O problema proposto no número 176 de *Educação e Matemática* foi o seguinte:

Para as comemorações do centenário do Grupo Excursionista de Loulé, a direção resolveu tentar bater o recorde do maior bolo de laranja do mundo. Para isso, pediu aos sócios que nesse sábado trouxessem laranjas. O primeiro a chegar entregou menos 4 laranjas do que o segundo, que trouxe menos 4 do que o terceiro, e este menos 4 do que o quarto, e assim sucessivamente, até ao penúltimo que ofereceu menos 4 do que o último. No total, recolheram-se 1219 laranjas.

Quantos sócios colaboraram na iniciativa?

Quantas laranjas entregou o primeiro sócio a chegar? E o último?

Recebemos 14 respostas:

Alberto Canelas (Queluz), Alice Martins (Torres Novas), Ana Loureiro, Carlos Dias (Silveira), Catarina Ferreira (Viseu), Delfim Guedes (Gaia), Diana Leonardo (Funchal), Edgar Martins (Queluz), José Boia, Mário Roque (Guimarães), Paulo João, Pedrosa Santos (Caldas da Rainha), Raquel Araiun (Brasil) e o trio Carlos Faria, Rogério Berrincha & Manuel Saraiva (Covilhã).

Quase todos utilizaram o mesmo método. Vejamos a resolução do Alberto.

Sejam:

n = número de sócios que colaboraram na iniciativa.

p = número de laranjas que entregou o primeiro sócio a chegar.

Os números de laranjas entregues por cada sócio formam uma progressão aritmética de razão 4.

$$U_1 = p \text{ e } U_n = p + 4 \times (n - 1)$$

O total de laranjas entregues (1219) é a soma S_n dos termos da progressão. Então

$$\frac{U_1 + U_n}{2} \times n = 1219$$

$$\frac{(p + p + 4 \times (n - 1))}{2} \times n = 1219$$

$$(p + 2n - 2) \times n = 1219$$

Decompondo 1219 em fatores primos obtemos $1219 = 23 \times 53$. Fica: $(p + 2n - 2) \times n = 23 \times 53$

Como $n < (p + 2n - 2)$, concluímos que $n = 23$ (que é a resposta à primeira questão).

Concluímos também que $p + 2n - 2 = 53 \Leftrightarrow p + 2 \times 23 - 2 = 53 \Leftrightarrow p = 9$ (que é a resposta à segunda questão).

Para a resposta à terceira questão:

$$U_{23} = 9 + 4 \times (23 - 1) = 97$$

Conclusão, foram 23 sócios a colaborar na iniciativa, tendo o primeiro entregado 9 laranjas e o último 97 laranjas.

O Paulo e o Mário fizeram notar que $n = 1$ conduz a $U_1 = 1219$. Neste caso a solução seria apenas um sócio (um benemérito...) que traria a totalidade das laranjas, o que não traduz de forma aceitável o desafio proposto.

A Diana explicou: “Desta vez fui preguiçosa e decidi recorrer simplesmente à força bruta”. Portanto, fez um programa em Python e obteve a solução.

A Alice resolveu por tentativas usando uma folha Excel.

Nota final

No enunciado, em vez de Loulé, deveria estar Sever do Vouga ou Amares.

Efetivamente, em agosto de 2017, foi feito em Sever do Vouga “O maior bolo de laranja do Mundo”. Levou 410 kg de açúcar, 360 kg de farinha, 360 kg de manteiga, 7200 ovos e 300 kg de laranja (teriam sido 1219 laranjas?). Tinha um diâmetro de 2,33 m, um perímetro de 7,98 m e 48 cm de altura. Rendeu 2700€.

Já em Amares, em agosto de 2025, confeccionou-se um “Bolo de laranja Gigante”. Era sobre o comprido e tinha mais de 20 m.