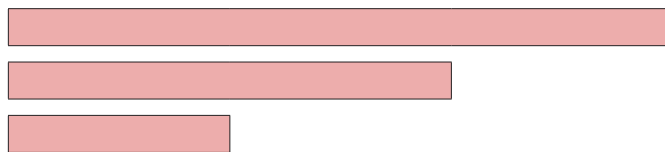


Medições com instrumentos de medida não convencionais

Tendo à nossa disposição 3 réguas não graduadas com 32 cm, 20 cm e 8 cm, pretende-se medir uma ripa de madeira com exatamente 44 cm. Como se poderá proceder?



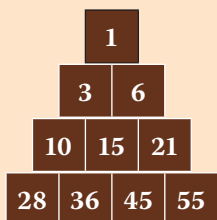
Nota: a figura não está à escala; é meramente ilustrativa.

Respostas até 28 de março, para pjmafonso@gmail.com

DESCOBERTA DO NÚMERO

O enunciado do problema referente ao n.º 176 da Revista Educação e Matemática foi o seguinte:

Se o padrão numérico existente na figura seguinte tiver continuidade, qual será o número que está na posição mais à direita na 10.ª linha? Apresente a sua justificação.



Perante este desafio a sócia da APM n.º 6729, Ana Maria Loureiro, enviou uma resposta muito bem fundamentada, com base em várias abordagens. Assim, começou por identificar que os elementos da figura eram os primeiros dez números triangulares. De seguida acrescentou que o número de elementos em cada linha coincidia com o número da linha, pelo que inferiu que a décima linha seria composta por mais dez números triangulares consecutivos.

Por outro lado, referiu que a soma do número de elementos de cada linha, incluindo a décima linha, daria a ordem do número triangular que se pretendia descobrir. Para tal, utilizou o seguinte procedimento algorítmico, que por norma se utiliza no cálculo da soma dos primeiros números de uma progressão aritmética que, neste caso, tem razão 1:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 8 + 9 + 10 = \frac{1 + 10}{2} \times 10 = 11 \times 5 = 55$$

Descobriu, assim, que o número que está na posição mais à direita na décima linha é o 55.º número triangular.

De seguida recorreu à expressão geradora da sequência dos números triangulares: $\frac{n(n+1)}{2}$ e concluiu que o 55.º número triangular seria o 1540:

$$\frac{55(55+1)}{2} = \frac{55 \times 56}{2} = 55 \times 28 = 1540$$

Estava, pois, encontrada a solução para o desafio colocado. Contudo, esta resolvidora apresentou outra possível estratégia de resolução que, de igual modo, a levou a descoberta do número 1540 como sendo o número colocado mais à direita da 10.ª linha, se a figura dada tivesse continuidade, apresentando os todos os primeiros 55 números triangulares. Eis a sua resolução:

“Outra Resolução:

Observando a figura, verificamos que:

- o 1.º termo é igual a 1
- o 2.º termo é igual ao 1.º termo + 2
- o 3.º termo é igual ao 2.º termo + 3
- o 4.º termo é igual ao 3.º termo + 4
- o 5.º termo é igual ao 4.º termo + 5
- o 6.º termo é igual ao 5.º termo + 6
- o 7.º termo é igual ao 6.º termo + 7
- o 8.º termo é igual ao 7.º termo + 8
- o 9.º termo é igual ao 8.º termo + 9
- o 10.º termo é igual ao 9.º termo + 10

Continuando esta construção obtemos a figura seguinte:

| | |
|---|----------|
| 1 | Linha 1 |
| 3 6 | Linha 2 |
| 10 15 21 | Linha 3 |
| 28 36 45 55 | Linha 4 |
| 66 78 91 105 120 | Linha 5 |
| 136 153 171 190 210 231 | Linha 6 |
| 253 276 300 325 351 378 406 | Linha 7 |
| 435 465 496 528 561 595 630 666 | Linha 8 |
| 703 741 780 820 861 903 946 990 1035 | Linha 9 |
| 1081 1128 1176 1225 1275 1326 1378 1431 1485 1540 | Linha 10 |

Resposta: O número que está na posição mais à direita na 10.ª linha é o número 1540”.

Esta resolvidora ainda apresentou a justificação algébrica para a formalização da descoberta do termo geral da sequência de números triangulares, vindo, assim, a confirmar a sua aplicação na primeira resolução que acabámos de descrever. A resposta ao desafio colocado era, pois, o número 1540.