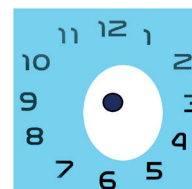


Um mostrador de relógio com muita aritmética

Com os 12 números do mostrador de relógio seguinte consegues fazer 2 grupos, de 6 números cada, cuja soma seja a mesma? A ser possível, quantos casos diferentes consegues obter?



(Respostas até 6 de janeiro, para pjmafonso@gmail.com)

IDENTIFICAR REGULARIDADES CURIOSAS

O problema relativo ao n.º 175 da Revista *Educação e Matemática* era o seguinte:

Resolve cada um dos 3 desafios seguintes e procura encontrar regularidades após essas resoluções. O que consegues destacar como sendo algo que sempre acontece?

Usa todos os números: 1, 2, 4, 8 e 16, sem os repetires, de modo que:

$$B + C = 2 \times (D + E)$$

A	B	C
D		
E		

Usa todos os números: 1, 3, 9, 27 e 81, sem os repetires, de modo que:

$$B + C = 3 \times (D + E)$$

Usa todos os números: 1, 5, 25, 125 e 625, sem os repetires, de modo que:

$$B + C = 5 \times (D + E)$$

Talvez devido à altura do ano em que o problema foi proposto para resolução, ao nosso contacto não chegou qualquer resolução. Contudo creio que a tarefa era muito interessante por estar associada às cinco primeiras potências de expoente positivo, de bases 2, 3 e 5.

Vejamos caso a caso, iniciando nas potências de base 2. Dado que $B + C$ tem de ser o dobro de $D + E$, significa que excetuando o valor a colocar em A, a soma das restantes quatro potências de base 2 terá de ser um múltiplo de três. Adicionando duas das três partes, fica-se com o dobro da restante. Ora isto somente acontece quando à soma total 31, retiramos o 1, o 4 ou o 16, ficando-se, respetivamente com os totais de 30, 27 e 15. Repare-se que $30 = 20 + 10$, $27 = 18 + 9$ e $15 = 10 + 5$. A Tabela A, seguinte, permite constatar que existem várias soluções para o desafio de se usarem estas cinco potências de base 2:

Tabela B. Estudo envolvendo as potências de base 2

1	16	4				1	16	4				1	4	16				1	4	16			
8						2						8						8					
2																							
4	16	2				4	16	2				4	2	16				4	2	16			
8						1						8						8					
1																							
16	8	2				16	8	2				16	2	8				16	2	8			
4						1						4						4					
1																							

Analisemos, agora, as potências de base 3. Dado que $B + C$ tem de ser o triplo de $D + E$, significa que excetuando o valor a colocar em A, a soma das restantes quatro potências de base 3 terá de ser um múltiplo de quatro. Adicionando três das quatro partes, fica-se com o triplo da restante. Ora isto somente acontece quando à soma total 121, retiramos o 1, o 9 ou o 81, ficando-se, respetivamente com os totais de 120, 112 e 40. Repare-se que

$120 = 90 + 30$, $112 = 84 + 28$ e $40 = 30 + 10$. A Tabela B, seguinte, permite constatar que voltam a existir várias soluções para o desafio de se usarem estas cinco potências de base 3:

Tabela C. Estudo envolvendo as potências de base 3

1	81	9				1	81	9				1	9	81				1	9	81			
27						3						3						27					
3												27						3					
9	81	3				9	81	3				9	3	81				1	3	81			
27						1						1						27					
1												27						1					
81	27	3				81	27	3				81	3	27				81	3	27			
9						1						1						9					
1												9						1					

Por último, usemos, agora, as potências de base 5. Dado que $B + C$ tem de ser o quádruplo de $D + E$, significa que excetuando o valor a colocar em A, a soma das restantes quatro potências de base 5 terá de ser um múltiplo de seis. Adicionando cinco das seis partes, fica-se com o quádruplo da restante. Ora isto somente acontece quando à soma total 781, retiramos o 1, o 25 ou o 625, ficando-se, respetivamente, com os totais de 780, 756 e 156.

Repare-se que $780 = 650 + 130$, $756 = 630 + 126$ que $156 = 130 + 26$. A Tabela C, seguinte, permite constatar que voltam a existir várias soluções para o desafio de se usarem estas cinco potências de base 5:

Tabela D. Estudo envolvendo as potências de base 5

1	625	25				1	625	25				1	25	625				1	25	625			
125						5						5						125					
5												125						5					
25	625	5				25	625	5				25	5	625				25	5	625			
125						1						1						125					
1												125						1					
625	125	5				625	125	5				625	5	125				625	5	125			
25						1						1						25					
1												25						1					

Analisando-se todas as resoluções, pode inferir-se que este desafio tem solução se se colocar na posição A as potências de expoente par:

Potências de Base 2: 2^0 , 2^2 e 2^4 , correspondendo a 1, 4 e 16;
 Potências de Base 3: 3^0 , 3^2 e 3^4 , correspondendo a 1, 9 e 81;
 Potências de Base 5: 5^0 , 5^2 e 5^4 , correspondendo a 1, 25 e 625.

No problema publicado no n.º 176 registaram-se duas gralhas no padrão numérico: onde se lê 4 e 35 deve ler-se 6 e 36, respetivamente. A versão online já se encontra corrigida.