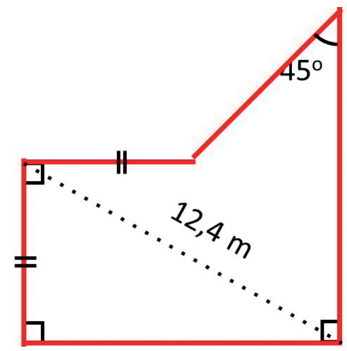
JOSÉ PAULO VIANA

Garagem bizarra

A garagem da casa da Paula tem uma forma pouco habitual. É um pentágono com três ângulos retos e um ângulo de 45°, tal como se vê na figura. Os dois lados indicados têm o mesmo comprimento e a diagonal traçada mede 12,4 metros.

A Paula pretende saber qual é a área da garagem. Vamos ajudá-la?

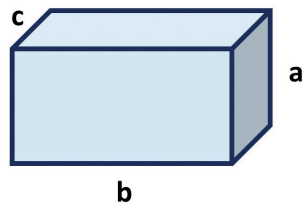
(Respostas até 28 de março, para zepaulo46@gmail.com)



O VOLUME DO PARALELEPÍPEDO

O problema proposto no número 172 de *Educação e Matemática* foi o seguinte:

> *As arestas de um paralelepípedo retângulo medem um número inteiro de centímetros.*
>
> *A área total da sua superfície é 284 .*
>
> *Qual é o seu volume?*



Recebemos 10 respostas: Alberto Canelas (Queluz), Carlos Dias (Silveira), Delfim Guedes (Gaia), Helder Martins (Lisboa), Isabel Viana (Porto), Mariana Ribeiro, Mário Roque (Guimarães), Paula Barros (Bragança), Pedrosa Santos (Caldas da Rainha), e o trio Carlos Faria, Rogério Berrincha & Manuel Saraiva (Covilhã).

Todos começaram por escrever uma equação e simplificá-la:

$2ab+2ac+2bc=284 \Leftrightarrow ab+ac+bc=142$ (Eq1)

Temos apenas uma equação e três incógnitas (inteiras) e portanto haveria que testar muitas hipóteses. Para diminuir esse trabalho, houve quem fosse à procura de restrições.

O Alberto, a Paula e o "trio covilhanense" mostraram que as três medidas não podiam ser todas pares (porque 142 não é múltiplo de 4), nem todas ímpares (a soma das três parcelas em Eq1 seria ímpar), nem duas ímpares e uma par (idem). Ou seja, uma das medidas é ímpar e as outras são pares.

Mas o "trio" foi ainda mais longe. Admitindo que $c<b<a$, vem $b \geq c+1;\quad a \geq c+2$. Logo:

$$ab+ac+bc \geq (c+2)(c+1)+(c+2)c+(c+1)c=3c^2+6c+2$$

Então, pela *Eq1*, temos $3c^2+6c+2 \leq 142$, ou seja, $-7{,}904 \leq c \leq 5{,}904$

Portanto, $c \in \{1,2,3,4,5\}$.

Mesmo assim, o número de valores a testar é muito grande, pelo que o uso da tecnologia se impôs. Quase todos usaram a folha de cálculo, mas o Helder e a Mariana fizeram programas em *Python* e a Paula um em *Scratch*.

Pedrosa Santos fez uma abordagem muito curiosa que, embora com uma pequena falha, lhe poupou imenso trabalho. Transformou a *Eq1* em $142/a = (b + c) + bc/a$

Para se terem valores inteiros no 1.º membro, a terá de ser um divisor de 142; ora os divisores de 142 são: 71, 2 e 1.

Para $a = 71$ virá

$2 = b + c + bc/71$; não se verifica para valores inteiros de b e c.

Para $a = 2$ tem-se

$71 = b + c + bc/2$; também aqui é fácil verificar que não existem inteiros que resolvam a equação.

Então, terá de ser $a = 1$.

Aceitando como certo este valor de a, virá:

$142 = b + c + bc$

Agora, com duas ou três tentativas, obtivemos facilmente b e c iguais a 10 e 12 cm.

Leitor, consegue encontrar a falha que, permitindo encontrar a solução **(1, 10, 12)**, não prova que ela é única?

Os programas *Python* da Mariana e do Helder são quase iguais:

```
for a in range(71):
 for b in range(71):
  c=(142-(a+1)*(b+1))/(a+b+2)
  if (c==int(c) and c>0):
   print('a=',a+1,'b=',b+1,'c=',c,'Volume=',(a+1)*(b+1)*c)
```

O volume do paralelepípedo é $1 \times 10 \times 12$ cm^3=120 cm^3.