



O problema do trimestre

Sobre as respostas ao problema anterior

No número anterior de "Educação e Matemática" propusemos este problema:

"Quantos números de nove algarismos são divisíveis por 11, admitindo que os algarismos são todos diferentes e nenhum deles é o zero?"

Apesar do curto espaço de tempo que passou entre a saída do número anterior e elaboração deste, chegaram-nos quatro respostas, da autoria de Alberto Canelas, Helena Rocha, Judite Barros e Orlando Freitas. As respostas seguem caminhos bastante parecidos. A versão de Helena Rocha é basicamente a que apresentamos, com ligeiras adaptações.

Um número é divisível por 11 se a diferença entre a soma dos algarismos de ordem ímpar e a soma dos algarismos de ordem par for um múltiplo de 11.

No nosso caso, interessa-nos a diferença entre a soma dos 5 algarismos de ordem ímpar e a soma dos 4 de ordem par.

A soma de todos os nove algarismos é 45. A menor soma que é possível obter com 5 algarismos é 15 e a maior é 35.

Valores possíveis para a soma de		Diferença
5 alg	4 alg	
15	30	-15
16	29	-13
17	28	-11
18	27	-9
...
28	17	11
29	16	13
...
35	10	25
a	b	a-b

Com diferença múltipla de 11 surgem dois casos. Primeiro: os algarismos de ordem ímpar somam 17 e os de ordem par 28. Segundo: os de ordem ímpar somam 28 e os de ordem par 17.

1) Como obter 17 somando os 5 algarismos de ordem ímpar?

Só há duas possibilidades:

1 2 3 4 7

1 2 3 5 6.

2) Como obter 28 somando os 5 algarismos de ordem ímpar?

Há nove possibilidades:

1 3 7 8 9

1 4 6 8 9

1 5 6 7 9

2 3 6 8 9

2 4 5 8 9

2 4 6 7 9

2 5 6 7 8

3 4 5 7 9

3 4 6 7 8

Temos então um total de 11 conjuntos de 5 + 4 algarismos. Em cada conjunto, os 5 algarismos de ordem ímpar po-

dem ser colocados de $5! = 120$ maneiras diferentes. Analogamente, os 4 de ordem par podem dispôr-se de $4! = 24$ maneiras.

Assim, o total de números nas condições exigidas é de

$$11 \times 120 \times 24 = \mathbf{31680}.$$

Alberto Canelas chama a atenção para o facto de a resposta ser também um múltiplo de 11.

Judite Barros junta um programa em Turbo Pascal para confirmar, por exaustão, o resultado obtido e aproveita para indicar o número de soluções para os diversos casos em que se usam menos algarismos:

Dígitos	Soluções
1	0
12	0
123	2
1234	8
12345	0
123456	0
1234567	576
12345678	4608
123456789	31680.

José Paulo Viana

Problema proposto

A MORADA DA EDITE

Um admirador da Edite queria escrever-lhe no dia de S. Valentim. Tinham-lhe dito que ela morava na Praça de S. Marcos. Como não sabia o número, resolveu perguntar-lhe, ao que ela respondeu:

— Digo-te apenas que na minha praça as casas estão numeradas seqüencialmente: 1, 2, 3, ... e que, por coincidência, a soma dos números de porta inferiores ao meu é igual à soma dos números superiores.

No dia seguinte o admirador foi ter com ela e disse-lhe:

— Preciso que me dê uma ideia sobre o tamanho da praça.

— É grande mas não é enorme.

Qual é a morada da Edite?