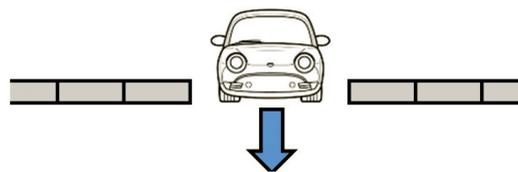


O carrinho telecomandado

O Zé Pedro tem um carrinho telecomandado que só consegue andar para a frente, deslocando-se em linha reta ou descrevendo curvas que são arcos de circunferência com um metro de raio.

Colocou-o na pequena entrada de um murete que delimita um grande campo cimentado.

Qual é a menor distância que o carrinho tem de percorrer de modo a sair exatamente pelo ponto por onde entrou?



(adaptado de um problema de Michel Criton)

Respostas até 31 de dezembro, para zepaulo46@gmail.com

ESTRANHA ADIÇÃO

Foi este o problema proposto no número 171 da *Educação e Matemática*:

Resolve esta adição de duas parcelas, em que uma delas é uma potência de expoente V .

$$DEZ^V + DEZ = VINTE$$

Cada letra representa um algarismo e cada algarismo é representado por uma única letra.

Recebemos 16 respostas: Alberto Canelas (Queluz), Alice Martins (Torres Novas), Ana Rita Quintas (Torres Novas), Carlos Dias (Silveira), Catarina Ferreira (Viseu), Delfim Guedes (V. N. Gaia), Diana Leonardo, Fátima Loureiro, Isabel Viana (Porto), João Pintaroxo (Ponte da Barca), José Pedro Santos (Covilhã), Luana Vale (Guimarães), Mariana Ribeiro, Mário Roque (Guimarães), Pedrosa Santos (Caldas da Rainha), e o grupo Manuel Saraiva, Carlos Farias e Rogério Berrincha (Covilhã).

Quase todos começaram por procurar o valor do expoente V . Demos a palavra a Delfim:

Vejamos as possibilidades para V . Se for $V=1$, o resultado da soma nunca poderá ter 5 algarismos - não serve; se for $V=3$, esse resultado terá no mínimo 7 algarismos - também não serve. Conclui-se que $V=2$.

Temos então

$$2000 < VINTE < 30000 \text{ ou } 20000 < DEZ^2 + DEZ < 30000$$

Usando a calculadora, como fizeram o Mário e o Alberto, ou resolvendo as inequações, como o João e o grupo da Covilhã, conclui-se que $141 < DEZ < 173$.

Logo, $D=1$ e $E=4, 5, 6$ ou 7 .

Vamos agora procurar simultaneamente os valores de Z e E . Há vários processos. Apresentamos o mais sucinto, utilizado por vários leitores e seguindo as explicações do José Pedro.

Pensemos apenas nos algarismos das unidades de $DEZ^2 + DEZ = 2VINTE$.

$Z \times Z + Z$ terá de terminar em E . Testemos os possíveis valores de Z .

$$3 \times 3 + 3 = 12, \quad 4 \times 4 + 4 = 20, \quad 5 \times 5 + 5 = 30, \quad 6 \times 6 + 6 = 42, \\ 7 \times 7 + 7 = 56, \quad 8 \times 8 + 8 = 72, \quad 9 \times 9 + 9 = 90$$

As terminações são apenas 0, 2 e 6. Mas vimos que E só pode ser 4, 5, 6 ou 7. Logo, $E=6$, e o correspondente valor de Z é 7.

Solução:

$$167^2 + 167 = 28056$$

A Diana e a Fátima usaram a programação em Python. Eis o programa da Diana:

```
for v in range(2,10):
    for x in range(10,999):
        soma=x**v+x
        if len(str(soma))==5 and str(soma)[0]==str(v) and
           str(soma)[4]==str(x)[1]:
            print(x, soma)
```

Aparecem duas possíveis respostas: 162 e 26406; 167 e 28056

A primeira hipótese é de excluir porque os algarismos se repetem, pelo que a resposta é 28056.