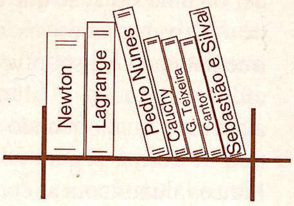


# Para este número seleccionámos

## Resolução de problemas e concepções[1] acerca da Matemática

Martha L. Frank

*Este artigo, publicado no Arithmetics Teacher de Janeiro de 1988, salienta a necessidade de promover mudanças nas concepções dos alunos acerca da Matemática e da resolução de problemas. Para muitos alunos, aprender e fazer Matemática é ouvir do professor um conjunto de factos, regras e procedimentos, ler no livro as partes destacadas e, de uma maneira geral, ser capaz de chegar, perante um exercício, à "resposta certa". A resolução de problemas é vista como uma actividade marginal. Sem esquecer que as concepções dos alunos não mudam da noite para o dia, Martha Frank apresenta sugestões para o ensino da Matemática que poderão influenciar positivamente a actuação dos alunos na resolução de problemas.*

Uma questão frequentemente levantada nesta década, desde que a resolução de problemas se tornou um tópico importante na educação matemática, é "como desenvolvem os alunos a sua capacidade de resolução de problemas?". As respostas a esta questão têm dado especial importância a técnicas de ensino como a introdução de estratégias de resolução de problemas ("heurísticas"), o método das quatro etapas de Polya, ou mesmo o ensino de linguagens de programação de computadores como o Logo ou o BASIC.

Alguns investigadores têm sustentado que a inovação curricular não é suficiente para desenvolver a capacidade de resolução de problemas nos alunos. Confrey (1984) sugere que uma implementação bem sucedida de metodologias centradas no processo de resolução de problemas e que encorajem a independência, persistência e flexibilidade "requer mudanças nas concepções de Matemática dos alunos". Ou seja, os alunos não serão capazes de melhorarem a capacidade de resolver problemas se não mudarem as suas concepções acerca da Matemática.

Que concepções têm os alunos sobre a Matemática? De que modo essas concepções influenciam a forma como resolvem problemas? Este artigo descreve alguns dos resultados de um estudo (Frank, 1985) construído para explorar estas questões. Neste estudo trabalhou-se com alunos da middle school[2], tendo-se escolhido bons alunos em Matemática (tomando como referência os resultados de um teste normalizado). Contudo, outros investigadores (Cobb, 1984; Confrey, 1984; Wheatley, 1984; Carpanter, Lindquist, Matthews e Silver, 1983; Buerk, 1982; Confrey e Lanier, 1980; Fey, 1979) descreveram algumas concepções similares entre alunos de uma maior diversidade de idades e capacidades.

### As convicções dos alunos acerca da Matemática

Os vinte e sete alunos que frequentaram um curso de resolução de problemas de Matemática com computadores participaram num estudo sobre concepções acerca da Matemática. Este curso intensivo de duas semanas fazia parte dos STAR (Seminars for the Talented and Academically Ready) da Universidade de Purdue, programa destinado a alunos do ensino unificado. Quinze alunos (uma parte da classe) foram observados diariamente: deste grupo foram entrevistados quatro alunos. Cada aluno foi entrevistado pelo menos quatro vezes. O tempo mínimo de entrevista foi de trinta minutos. As entrevistas consistiam em conversas sobre a Matemática, mas os alunos também resolveram problemas não rotineiros de Matemática enquanto pensavam alto. A lista seguinte de concepções é baseada numa análise do estudo e em dados das entrevistas e das observações.

**1. Matemática é cálculo.** A Matemática, para estes alunos, era o que eles chamavam "as quatro operações básicas": adição, subtracção, multiplicação e divisão. Estas operações básicas envolviam a memorização de tabuadas e algoritmos. Algoritmos são procedimentos passo a passo ou listas de regras que se usam para obter respostas numéricas. Como extensões da concepção de que "Matemática é cálculo" surge também: "fazer Matemática significa seguir regras" e "aprender Matemática é sobretudo memorizar".

**2. Os problemas de Matemática são questões que se resolvem rapidamente e em poucos passos.** Estes alunos acreditavam, de uma forma geral, que os problemas de Matemática eram supostos ser tarefas de rotina nas quais os conhecimentos de algorítmos aritméticos ou algébricos se podiam aplicar. Tarefas não rotineiras eram encaradas como "extra" — para além do que é normal em Matemática, não verdadeiramente Matemática. Eles acreditavam que alguma coisa estava errada, ou com eles ou com o próprio problema, se este se tornava "demasiado demorado", isto é, se levava mais que 5 ou 10 minutos a resolver.

**3. O objectivo de fazer Matemática é obter "respostas certas".** Os alunos tendiam a ver a Matemática como uma dicotomia entre o "completamente certo" ou "completamente errado". Eles centravam as atenções quase inteiramente nas respostas (produtos) e na dúvida sobre se essas respostas estariam certas ou erradas. Muitos alunos acreditavam que só o professor lhes poderia dizer se uma resposta estava certa ou errada. Se uma resposta estava errada, eles pareciam sentir que o trabalho desenvolvido no problema tinha sido uma experiência sem qualquer valor.

**4. O papel do aluno de Matemática é receber conhecimentos de Matemática e demonstrar que os adquiriu.** Matemática — um conjunto de factos, regras e procedimentos — é um "saber enlatado" para ser passivamente recebido. Em entrevistas, os alunos explicaram que isso se consegue tomando-se atenção na aula, lendo o livro adoptado (particularmente "o texto realçado") e fazendo os trabalhos de casa (talvez com a ajuda do professor ou de outro adulto). E que se demonstra produzindo respostas certas aos problemas de Matemática. Se se consegue dar uma resposta correcta, então "compreendeu-se" a matéria; se não se consegue, não se compreendeu.

**5. O papel do professor de Matemática é transmitir conhecimentos de Matemática e verificar que os alunos adquiriram esses conhecimentos.** É suposto que os professores de Matemática passem o tempo da aula a explicar ou a "dar" a "matéria" do livro adoptado. Se o professor explica bem a matéria, os alunos serão capazes de rápida e facilmente produzir respostas correctas nos problemas dos trabalhos de casa e nos testes de avaliação. Os professores confirmam que os alunos adquiriram os conhecimentos verificando se as suas respostas estão certas.

## Implicações para a resolução de problemas

Quando um professor ou um investigador, fala ou escreve sobre a resolução de problemas, provavelmente tem na cabeça uma definição semelhante à de Wheatley: "Resolução de problemas é aquilo que se faz quando não se sabe o que fazer" (Wheatley, 1984). O NCTM [3] (1980) recomenda que a resolução de problemas seja o assunto central (o foco) da matemática escolar. Mas os alunos cujas concepções matemáticas são idênticas àquelas que aqui delineámos não aceitam sequer que a "resolução de problemas" (no sentido dado por Wheatley) seja Matemática. Matemática, para eles, nunca é suposto ser uma situação em que "não se sabe à partida o que fazer". Se o professor cumpriu o seu papel e os alunos também cumpriram as suas tarefas, eles deverão sempre ser capazes de aplicar um facto, regra ou procedimento para obter uma resposta rapidamente.

Muitos autores distinguem entre problemas e exercícios. Por exemplo, segundo Kantowski (1977), uma tarefa é um problema para um aluno se envolve "uma questão a que ele não pode responder ou uma situação que ele não é capaz de resolver usando os conhecimentos imediatamente disponíveis". Num exercício, contudo, o aluno conhece o algorítmo que, "quando aplicado, conduz de forma segura a uma solução". Para os alunos com as concepções matemáticas acima mencionadas, a Matemática consiste em exercícios e não em problemas.

Esta distinção não é meramente um sofisma semântico. Um aluno para quem a Matemática é um conjunto de exercícios pode (desde que tenha aprendido uma colecção de factos, regras e procedimentos) ser totalmente bem sucedido na obtenção rápida de respostas a exercícios. O seu rendimento pode convencer o observador de que está perante um bom aluno em Matemática. Mas o que acontece quando este aluno encontra um problema?

Uma possibilidade é o aluno encará-lo como uma tarefa de características diferentes dos exercícios que ele está habituado a ver e, portanto, não a aceitar como Matemática (o que aconteceu nas entrevistas). Nesta situação o aluno recusa ter alguma coisa a ver com a tarefa (diz "eu não posso fazer isto" ou "isto não é Matemática") ou trabalha nela com um estilo desordenado (sem qualquer estratégia) apenas e enquanto o professor o incentiva. Em qualquer dos casos, o aluno terá aprendido muito pouco da experiência com o problema.

Outra possibilidade é o aluno abordar o problema como se se tratasse de um exercício. Esta reacção também aconteceu nas entrevistas. O aluno tentará mobilizar da memória um facto ou regra apropriada com o objectivo de produzir uma resposta rapidamente. Não o conseguindo, ele desiste de encontrar uma estratégia de resolução, o que usualmente envolve ou abandonar o trabalho ou pedir ajuda ao professor ("eu não consigo — diga-me o que fazer" ou "eu estou a fazer isto certo?"). Algumas vezes, através de uma mera manipulação numérica, aparece qualquer coisa parecida com uma resposta. Se o professor verifica que a resposta é correcta, óptimo; passa-se ao próximo problema ("não olhando para trás")! Se não (se ao aluno não é dito que a resposta está correcta ou se lhe é dito que é incorrecta), então ele sente que o trabalho no problema foi uma perda de tempo. De novo pouco foi aprendido do contacto com o problema, embora neste último caso o aluno possa ficar ainda com o desconfortável sentimento que ele não é muito bom em Matemática.

Finalmente, o aluno pode usar de facto uma estratégia geral de resolução de problemas e ir fazendo reais progressos numa solução. Mas se a resposta não fica visível no horizonte após cinco minutos, ele pode decidir abandonar o trabalho. O aluno sente que está a fazer alguma coisa de errado — ou que este é um daqueles problemas com "truque" que não tem solução — porque está a demorar muito tempo para obter uma "resposta final".

Onde está em tudo isto o foco no processo, na independência, na persistência e na flexibilidade que a resolução de problemas supostamente desenvolve? Manifestamente ausentes.

## Implicações para o ensino

As convicções matemáticas não se desenvolvem da noite para o dia. Elas desenvolvem-se lentamente, ao longo de um período de experiências matemáticas. A principal origem das experiências matemáticas para a maior parte dos alunos é provavelmente a aula de Matemática. Assim, aquilo que se faz na sala de aula influenciará extremamente as convicções dos alunos. Estes aprendem muito mais que os conteúdos matemáticos das experiências da sala de aula. Eles desenvolvem também concepções (formas de encarar a Matemática) que podem ajudá-los — ou constrangê-los — a resolver problemas.

Como conseguiremos, então, que os nossos alunos desenvolvam a sua capacidade de resolver problemas? As sugestões seguintes dirigem-se para o desenvolvimento de concepções acerca da Matemática que se tornarão úteis na resolução de problemas.

**1. Começar cedo a resolver problemas.** Se a primeira vez que os alunos deparam com problemas ocorrer só na *middle school* [2] trata-se de uma experiência tardia. Todos os alunos necessitam de ter oportunidades para resolver exercícios e problemas desde o princípio da escolaridade.

**2. Estar certo de que os problemas propostos são mesmo problemas.** Convém relembrar que um problema para um aluno pode ser para outro um simples exercício. Deveremos assegurar-nos de que o trabalho de resolução de problemas corresponde a um desafio, também para os melhores alunos. Esses problemas deverão ocupar os alunos na sua resolução mais que cinco ou dez minutos e deverão requerer o uso de estratégias gerais de resolução de problemas como organização de dados, construção de gráficos ou esquemas, procura de modelos, trabalhar do fim para o princípio ou ensaiar métodos de tentativa-erro.

**3. Centrar a atenção nos processos de resolução, não nas respostas.** Deve-se discutir todo o processo de resolução e não apenas as respostas numéricas. Os alunos devem ser encorajados a mostrar como resolveram o problema, que estratégias utilizaram, em vez de apresentar unicamente a resposta final. Se um aluno usa uma estratégia razoável na resolução do problema ele não deverá ser penalizado por obter uma resposta final incorrecta. O aluno poderá mesmo não obter uma resposta final, mas se conseguir dizer o que aprendeu do trabalho realizado, deverá ser também encorajado.

**4. Os alunos deverão trabalhar frequentemente em pequenos grupos.** Demasiada Matemática escolar consiste em "professor fala - alunos escutam". Os alunos precisam de ter oportunidades para falar de Matemática com outros colegas. Eles precisam de aprender a depender uns dos outros e de si próprios como autoridades em Matemática e não depender só do professor.

**5. Não colocar a ênfase no cálculo. Não surpreende que os alunos acreditem que Matemática é cálculo.** Muitos professores gastam mais de 70% do ano lectivo com algorítmos de cálculo e memorização de factos (Wheatley, 1983). Nós cometemos o erro de tratar a resolução de problemas como um enfeite acessório (como os que se colocam numa peça de vestuário) — uma coisa que talvez façamos depois de "dar a matéria". É a resolução de problemas, e não o cálculo, que urgentemente devemos colocar no centro do ensino da Matemática se queremos que os nossos alunos se tornem capazes de resolver problemas.

## Referências


Buerk, D. (1982). An Experience with some able Women Who Avoid Mathematics. *For the Learning of Mathematics*, **3**, 20-24.

Carpenter, T. P., Lindquist, M. M., Mathews, W. e Silver, E. (1983). Results of the Third NAEP Mathematics Assessment, Secondary School. *Mathematics Teacher*, **76**, 652-59.

Cobb, P. (1984). The Importance of Beliefs in the Problem Solving Performance of Second Grade Pupils. In J. M. Moser (ed.), *Proceedings of the Sixth Annual Meeting, North American Chapter of the International Group for PME*, pp. 135-40, Madison, Wis..

Confrey, J. (1984). *An Examination of the Conceptions of Mathematics of Young Women in High Schookl.* Paper presentede at the annual meeting of the American Educational Research Association. New Orleans.

Confrey, J. e Lanier, P. (1980). Students Mathematical Abilities: A Focus for the Improvement of Teaching General Mathematics. *School Science and Mathematics*, **80**, 549-56.

Fey, J. T. (1979). Mathematics Teaching Today: Perspectives from Three National Surveys. *Mathematics Teacher*, **72**, 490-504.

Frank, M. L. (1985). *Mathematical Beliefs and Problem Solving*. Ph. D. diss. Purdue University, West Lafayette, Ind.

Kantowski, M. G. (1977). Processes Involved in Mathematical Problem Solving. *Journal for Research in Mathematics Education*, **8**, 163-80.

NCTM. (1980). *An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980s*, Reston, Va: NCTM.

Schoenfeld, A. H. (1983). Beyond the Purely Cognitive: Belief Systems, Social Cognitions, and Metacognitions as Driving Forces in Intellectual Performance. *Cognitive Science*, **7**, 329-63.

Wheatley, G. H. (1983). A Mathematics Curriculum for the Gifted and Talented. *Gifted Child Quarterly*, **27**, 77-80.

_____. (1984). The Importance of Beliefs and Expectations in the Problem Solving Performance of Sixth Grade Pupils. In J. M. Moser (ed.). *Proceedings of the Sixth Annual Meeting, North American Chapter of the International Group for PME*, pp. 141-46. Madison, Wis..


**Notas:**

[1] Não é fácil a tradução de *beliefs*. Optámos por concepções, mas poderá ser também convicção ou crença.

[2] O grau de ensino de certa forma equivalente ao nosso 2° ciclo do ensino básico (ensino preparatório). Nos EUA este ciclo corresponde aos níveis de escolaridade 6-8.

[3] National Council of Teachers of Mathematics.

Tradução de Albano Silva
Esc. Prep. Marquesa de Alorna