

# A voz dos professores

## Entrevista escrita a professores das turmas de operacionalização antecipada das AE do Ensino Básico e Secundário

Nos últimos três anos letivos, um conjunto de turmas do Ensino Básico e do Secundário anteciparam a generalização das respetivas Aprendizagens Essenciais de Matemática, trabalhando um novo currículo. No ano letivo 2023/2024, foi finalizada a antecipação do Ensino Básico e nas turmas do 10.º ano foi iniciada a generalização do Secundário que durará mais dois ou três anos, conforme as disciplinas sejam bienais ou trienais. Ao longo destes anos os professores que constituem o grupo de Trabalho do Desenvolvimento Curricular e Profissional em Matemática em conjunto com os professores experimentadores, construíram materiais curriculares e refletiram sobre a prática, melhorando esses materiais. No final de cada ano letivo esse acervo de tarefas foi compilado em coletâneas por ano de escolaridade, e disponibilizadas no site da DGE.

Estas coletâneas do Ensino Básico, têm como objetivo proporcionar materiais de apoio às aprendizagens, que foram experimentados com alunos em contexto real.

Deste modo, a revista Educação e Matemática convidou Manuela Vicente (1.º ciclo), Irene Martins (2.º ciclo), António Cardoso (3.º ciclo), Marília Rosário (Ensino Secundário Profissional) e Paula Teixeira (Ensino Secundário, Matemática A), professores das turmas da operacionalização antecipada, a partilharem algumas das suas vivências nesta experiência, com os leitores da revista. Pedimos que fizessem um balanço da conceção/exploração das tarefas que desenvolveram no âmbito deste projeto relativamente aos desafios que surgiram em sala de aula no que diz respeito: às formas de trabalho e dinâmicas; aos conteúdos de aprendizagem e às aprendizagens que os alunos realizaram. Pedimos ainda, que relatassem um episódio, relativo a uma tarefa, que considerassem significativo para as aprendizagens dos alunos e, por fim, que referissem as alterações que essa experiência provocou na sua prática pedagógica.

### DESAFIOS QUANTO ÀS FORMAS DE TRABALHO E DINÂMICAS

Para estes professores a natureza das tarefas selecionadas estão associadas ao ensino exploratório e têm um papel central na dinâmica da aula de matemática. Manuela Vicente salienta que *o trabalho em torno de tarefas desafiadoras, que permitem o estabelecimento de relações internas e externas com outras áreas do saber tem implicado uma mudança ao nível das dinâmicas de trabalho em sala de aula.* Também António Cardoso refere que a dinâmica de aula de ensino exploratório só é possível com a proposta de tarefas desafiadoras e capazes de motivar os alunos para as aprendizagens previstas e, nesse sentido, apostou-se na diferenciação da natureza das tarefas apresentadas.

Já Marília do Rosário sublinha a importância da *resolução de problemas dotados de elevado grau de adequação às referências vivenciais dos alunos e a temáticas atuais, permitindo aprendizagens significativas e mobilizadoras das principais competências matemáticas.*

Irene Martins destaca as etapas do ensino exploratório em que a dinâmica da aula se dividia em quatro grandes momentos:

1.º - apresentação, à turma, da tarefa; 2.º - resolução da tarefa em grupo; 3.º - apresentação e discussão das produções dos diferentes grupos e 4.º - síntese e registo do conteúdo de aprendizagem trabalhado. As vantagens desta organização da aula é salientada por todos os professores, pelo que deixamos o registo de alguns dos aspectos salientados. Como nos diz

António Cardoso *em sala de aula, os alunos eram desafiados a ser autónomos e colaborativos, tanto no trabalho em pequenos grupos, como nos momentos de discussão coletiva, com que concluímos cada tarefa.*

A propósito da discussão final, Paula Teixeira refere que no final do trabalho com as tarefas havia uma discussão no grupo turma, mediada pela professora ou por um dos pares de alunos. Concretizando esta última situação: *no tema da Estatística foram os pares de alunos que dinamizaram a parte final da aula. Em cada aula, um par de alunos diferente moderou a discussão com a turma. Um elemento do par mostrava a sua resolução no emulador da calculadora gráfica projetado no quadro e o outro elemento registava, por escrito, as conclusões.*

Também Marília do Rosário salienta a primazia *da realização de tarefas em pequenos grupos e discussões em grande grupo, a promoção de aprendizagens interpares, em contraponto ao recurso predominante, e às vezes exclusivo, de metodologias centradas no professor e Manuela Vicente generaliza que com a sua turma o trabalho em grupo e a partilha, discussão e validação das produções dos grupos com toda a turma passou a fazer parte das rotinas do trabalho em Matemática.*

O uso de recursos tecnológicos ou materiais manipuláveis também foi privilegiado na construção/realização das tarefas, contribuindo para uma grande participação e empenho dos alunos. Marília do Rosário menciona alguns dos recursos tecnológicos utilizados: *o recurso frequente, intencional e*

pedagógico à tecnologia - computador, calculadoras gráficas, GeoGebra, folhas de cálculo, aplicações como Google Colab; Logic Gate Simulator, Graph Online e ChatGPT, permitiu reforçar a integração significativa da tecnologia no desenvolvimento das aprendizagens dos alunos. Contudo, Paula Teixeira explicita alguns constrangimentos da utilização da tecnologia do ponto de vista da organização da sala de aula: *Os maiores desafios estiveram associados aos recursos tecnológicos envolvidos na resolução das tarefas e ao número de alunos da turma, inicialmente 28 e no final do ano letivo 30. Os recursos tecnológicos foram assegurados pela escola até os alunos os adquirirem, nomeadamente, as calculadoras gráficas e os computadores. No final do ano letivo todos os alunos tinham uma calculadora gráfica, mas só foi possível assegurar pelo menos um computador por carteira. O apoio aos quinze pares de alunos, condicionou a gestão do tempo em algumas aulas.* Manuela Vicente salienta o recurso à tecnologia, no 1.º ciclo, *facultando aos alunos ferramentas que potenciam a ilustração das suas formas de pensar e que os motivam para a realização de tarefas mais exigentes passou também a ser frequente*, enquanto António Cardoso e Irene Martins referem também os materiais manipuláveis, salientando Irene: *De referir ainda que a resolução das tarefas passou pelo recurso ao uso de materiais manipuláveis, calculadora, a ambientes de geometria dinâmica, como o GeoGebra e folha de cálculo Excel. Na exploração das tarefas verificou-se que aquelas que tinham como recurso os materiais manipuláveis eram do agrado da maioria dos alunos.*

### DESAFIOS QUANTO AOS CONTEÚDOS DE APRENDIZAGEM

Relativamente aos conteúdos de aprendizagem salienta-se que a utilização das conexões entre temas, conexões internas e com a realidade, foram preocupações constantes dos professores experimentadores como salientam alguns professores. Irene Martins refere que *a intencionalidade com que as tarefas foram construídas permitiu usar a mesma tarefa, ou partes dela, para trabalhar diferentes temas, possibilitando deste modo aos alunos desenvolverem a capacidade de estabelecer conexões matemáticas* e António Cardoso menciona que *foram propostas aos alunos tarefas criadas também com a intenção de propiciar a todos aprendizagens matematicamente ricas e desafiantes, de procurar enquadrar a Matemática com as outras áreas curriculares, mas focada no que é relevante atualmente.*

Manuela Vicente toma como desafio *o domínio das Aprendizagens Essenciais de Matemática e das restantes áreas curriculares, por forma a conseguir, em cada momento, estabelecer conexões e ser capaz de “agarrar” a realidade que nos rodeia ou que nos é trazida pelos alunos e criar tarefas desafiantes do ponto de vista matemático.* Já António realça, de uma forma mais geral, que *à preocupação em contribuir para o desenvolvimento dos princípios essenciais das AE acresce ainda a intencionalidade na seleção e construção de tarefas para a articulação entre os conteúdos de aprendizagem:*

*temas matemáticos, capacidades matemáticas transversais, e capacidades e atitudes gerais transversais.*

Marília do Rosário aborda alguns aspectos particulares: *Comparando os conteúdos das “novas” AE [do ensino profissional] com os das AE ainda em vigor (que, no presente ano letivo, lecionei como professora coadjuvante), considero haver uma significativa diferença em termos de potencial interesse e motivação para a aprendizagem, sendo que as novas AE incluem, quer nos módulos obrigatórios quer nos módulos opcionais, conteúdos muito mais apelativos e significativos, apresentando, por conseguinte, maiores potencialidades didático-pedagógicas para melhorar o ensino e promover as aprendizagens.* Também Paula Teixeira reflete sobre conteúdos e a importância da utilização dos recursos. *O tema Funções foi aquele em que os alunos revelaram mais dificuldades, nomeadamente, na manipulação algébrica dos conceitos associados ao estudo da função quadrática. A aprendizagem dos alunos exigiu maior apoio da professora, quer durante a realização das tarefas, quer na sistematização dos conceitos. A utilização da calculadora gráfica foi um recurso facilitador da visualização das representações gráficas das funções estudadas e da compreensão algébrica dos significados, nomeadamente dos zeros, dos extremos, do sinal e da monotonia de uma função.*

### APRENDIZAGENS QUE OS ALUNOS REALIZARAM

As aprendizagens dos alunos estiveram no centro das preocupações destes professores, como se depreende dos depoimentos. António Cardoso diz-nos que *a forma como o trabalho se desenvolveu certamente contribuiu para um efeito positivo nas aprendizagens: foi grande a preocupação em conceber tarefas que tornassem o aluno um agente da sua aprendizagem. O trabalho realizado ao longo destes 3 anos de antecipação das AE trouxe, certamente, mudanças aos alunos, que tiveram oportunidade de trabalhar em diferentes contextos (grupo/pares e individual), tempo para trabalhar autonomamente, possibilidade de valorizar o papel das discussões na aprendizagem, oportunidade de explorar tarefas desafiantes, acesso a recursos diversos (materiais manipuláveis, ferramentas tecnológicas), possibilidade de desenvolver as seis capacidades matemáticas transversais e a sua articulação com os temas matemáticos, e desenvolver as capacidades e atitudes gerais transversais.*

Manuela Vicente salienta a entreeajuda como motor para melhores aprendizagens: *O trabalho em pequenos grupos tem permitido que todos possam dar o seu contributo para os desafios que lhe são propostos e se possam ajudar mutuamente. A entreeajuda tem alavancado mais e melhores aprendizagens para todos.*

E Irene Martins refere o contributo da metodologia usada para o desenvolvimento, em sala de aula, de uma predisposição positiva para aprender: *Após esta experiência como docente integrada no programa de operacionalização antecipada das AE, penso ter conseguido desenvolver nestes alunos uma predisposição positiva para aprender Matemática.*

Para Paula Teixeira, durante a realização das tarefas, os alunos tiveram oportunidade de desenvolver algumas áreas de competência do Perfil dos Alunos, em particular, as que se relacionam com a apresentação, explicação e fundamentação das suas ideias. Em relação à aprendizagem da matemática os alunos foram-se apropriando do rigor dos conceitos, começando pela exploração e construção de conjeturas, com recurso à tecnologia.

Marília do Rosário foca-se na sua experiência com os alunos do ensino profissional: Não tenho a veleidade de pensar que consegui com todos os alunos aprendizagens significativas nos diferentes módulos que lecionei, mas considero que, de diferentes maneiras e com graus diversos de concretização, foi possível promover o desenvolvimento de competências fundamentais do PASEO, realizadas a partir de conteúdos matemáticos presentes em módulos como “Modelos matemáticos para a cidadania”, um dos preferidos dos alunos e que alguns tratam por “O módulo do IRS”. Para uma parte dos alunos, a utilização de ferramentas disponíveis permite realizar aprendizagens que seriam (em muitos casos) dificilmente alcançadas apenas com manipulação de conceitos teóricos.

#### EPISÓDIOS DE SALA DE AULA

A nosso pedido, os professores selecionaram um episódio, relativo a uma tarefa, que consideraram significativo para as aprendizagens dos alunos.

Manuela Vicente, selecionou a resolução do problema “Sala de Cinema” (acessível em [https://bit.ly/coletanea\\_1ano](https://bit.ly/coletanea_1ano), pág.23), devido a ter ficado surpreendida com as sugestões que os alunos foram dando, relativamente à forma como deveríamos organizar a sala de cinema no espaço da sala de aula. Destaca que os conteúdos matemáticos que pretendia abordar foram surgindo naturalmente nas intervenções das crianças: correspondência um a um, fila, linha, arranjo retangular, contagens, adição de parcelas iguais, números, orientação espacial, coordenadas, ordem alfabética, ... A experimentadora apresenta o seguinte relato de sala de aula:

P – Hoje vamos montar uma sala de cinema aqui na aula.  
A professora gostava que vocês vissem um filme muito engraçado. Mas como é que podemos fazer isso?  
A – Temos que pôr cadeiras.  
P – Mas quantas cadeiras vamos precisar?  
A – 25.  
P – E como é que vamos arrumar as cadeiras?  
A – Em filas.  
...  
A – Deu para meter 5 cadeiras em cada uma.  
P – É verdade, mas as cadeiras ainda me parecem um pouco desarrumadas. Estas duas filas, estão ao lado uma da outra e parece-me que não têm o mesmo número de cadeiras. Uma é mais comprida que a outra. Vamos lá contar.  
A – 1, 2, 3, 4,5  
P – E esta?

A – 1, 2, 3, 4, 5  
P – Então?  
A – É igual.  
P – Então como temos que fazer para que se perceba que as filas pareçam que têm o mesmo número de cadeiras?  
A – Temos que as arrumar certinhas atrás umas das outras e ao lado umas das outras.  
....  
P – Agora já me parecem muito bem arrumadas. Mas tenho uma dúvida, quando vocês entrarem no cinema, como é que sabem qual é o vosso lugar?  
A – Diz no bilhete!  
P – O que é que diz no bilhete?  
A – Diz uma letra e um número. E depois nós vemos no chão e na cadeira onde é que é.  
P – Então o que temos que colocar no chão?  
A – As letras?  
P – Como?  
A – A, B, C, ....  
P – Ah, já percebi! Então vamos lá colocar as letras pela ordem certa.  
...  
P – Muito bem. Então e como vamos saber qual é a nossa cadeira?  
A – Falta pôr os números.  
P – Como vamos fazer?  
A – Esta é a 1, depois a 2, a 3 ...  
...  
Relativamente ao 2.º ciclo, Irene Martins, destaca o trabalho decorrente do desenvolvimento de um pequeno estudo no tema Dados, tarefa 23 da coletânea do 6.º ano “Peso das Mochilas” (acessível em [https://bit.ly/coletanea\\_6ano](https://bit.ly/coletanea_6ano). Este estudo permitiu que os alunos interpretassem matematicamente situações do mundo real, neste caso, que investigassem se o peso das mochilas dos alunos da turma cumpria a recomendação de que “um ser humano não deve carregar mais do que 10% do seu próprio peso”. Após a recolha e o tratamento dos dados, os grupos apresentaram as suas conclusões à turma e embora todos os grupos tenham chegado à conclusão que naquele dia o peso das mochilas estava de acordo com a recomendação, alguns alunos salientaram que nem todos os dias se verificava essa situação. Face a esta constatação os alunos foram desafiados a apresentar propostas de soluções para eventuais problemas detetados. Surgiu a ideia de apresentar as conclusões da investigação ao Diretor do Agrupamento bem como algumas sugestões/recomendações (por exemplo, a disponibilização de cacifos para os alunos) que ao serem colocadas em prática na escola poderiam minimizar o problema do peso das mochilas. A sugestão foi bem acolhida pelo Diretor do Agrupamento e já este ano letivo todos os alunos da escola têm o seu cacifo. Com esta tarefa para além dos tópicos matemáticos trabalhados, os alunos puderam reconhecer a utilidade e poder da Matemática na intervenção de situações do dia-a-dia.”

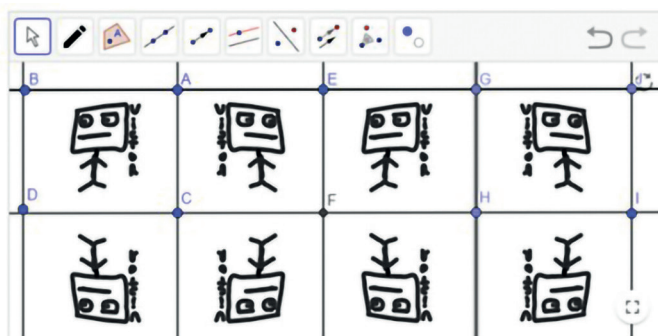


António Cardoso, selecionou uma tarefa para o 8.º ano que, procurava contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem: construir frisos simples; interpretar e modelar situações do mundo real que envolvam simetrias; abstrair, decompor, reconhecer padrões e depurar o trabalho realizado; produzir estratégias adequadas pouco habituais na turma; desenvolver a capacidade de trabalhar com os outros; analisar criticamente as resoluções realizadas por si e melhorá-las; tomar decisões fundamentadas em argumentos próprios (acessível em [https://bit.ly/geometria\\_8ano](https://bit.ly/geometria_8ano), pág.23).

Depois de duas primeiras questões em que era solicitada a construção de um friso, a partir de um módulo apresentado, usando uma apliqueta do GeoGebra Classroom, e posterior descrição do procedimento para o obter, foi-lhes dada a possibilidade de eles próprios construírem o seu módulo e friso.

O experimentador salienta que os alunos deram asas à sua imaginação, denotaram elevados níveis de empenho, mesmo sentindo dificuldades na explicação dos procedimentos, mas sobretudo, sobressaiu a felicidade de estarem a conseguir “fazer matemática”. A sua matemática!

Como esta questão tinha também como objetivo permitir apresentar feedback escrito aos alunos, criando oportunidades de melhoria das suas produções ou lançando desafios extra, apresento o seguinte exemplo:



Muito bem! Notou-se que tiveste a preocupação de construir um friso, aliás muito original. Descreve agora o modo como procedeste e explica que cuidados deves ter para garantir que é um friso.

O episódio selecionado por Marília Rosário prende-se com a utilização autónoma da Inteligência Artificial por parte dos alunos: Numa das tarefas de pares do módulo OP4- Programação Linear, solicitava-se aos alunos que se construísse um enunciado que correspondesse a uma situação real de um problema, tendo em conta quatro restrições apresentadas. A tarefa solicitada não era simples e os alunos debateram-se com várias dificuldades durante algum tempo. Ora, enquanto circulava pela sala, constatei que havia um par de alunos que, de forma disfarçada, utilizavam o ChatGPT para encontrarem uma resposta. Contra o que estavam à espera, disse-lhes que não havia impedimento para a sua utilização, uma vez que essa ferramenta existe, mas que teriam de ter cuidado pois o enunciado deveria ser escrito em português de Portugal e teria que representar uma situação real.

Um(a) aula(s) mais tarde e no Módulo OP12- Álgebra de Boole, um aluno usou o ChatGPT para a resolução de um desafio lógico num trabalho de aula. Tendo tomado consciência da situação, pedi ao referido aluno que explicasse à turma como tinha pensado, sem recurso à sua resolução. O aluno assentiu que não conseguia explicar, uma vez que tinha resolvido com recurso ao ChatGPT. Aproveitei a situação para analisar e discutir com a turma os cuidados a ter com recurso a esta ferramenta, salientando dois aspetos: por um lado, sendo uma ferramenta que apresenta ainda muitas lacunas e fragilidades em termos de conhecimento matemático, é necessário uma profunda atenção crítica; por outro lado, quanto maior for o nosso conhecimento em termos da Matemática, maior será a nossa capacidade de explorar as potencialidades da inteligência artificial, pois uma máquina inteligente precisa de perguntas inteligentes.

Paula Teixeira, relata a sua experiência na abordagem de um Trabalho Projeto realizado a pares, em aula. Este, consistia na elaboração de um poster sobre um ponto notável dos triângulos, diferente dos estudados em aula. O poster deveria conter: (i) a descrição concisa e compreensível do ponto selecionado; (ii) uma breve descrição sobre a descoberta desse ponto, incluindo informações sobre quem o descobriu; (iii) a apresentação de esquemas/diagramas que evidenciem os procedimentos para a sua construção; (iv) a apresentação de fatos/propriedades/características fascinantes associadas a esse ponto; (v) a identificação de aplicações do ponto selecionado que possam ser do interesse geral.

A experimentadora evidencia como foi gratificante constatar o domínio do GeoGebra que os alunos tinham adquirido com a resolução das tarefas de Geometria Sintética. Da manipulação inicial das apliquetas construídas para as tarefas, os alunos evoluíram para uma manipulação autónoma do GeoGebra. Os pares abriram uma vista 2D para a construção do ponto notável escolhido, seguindo os passos definidos nos endereços eletrónicos consultados. Na figura seguinte, apresenta-se um poster construído por um par de alunos, no qual são apresentados os elementos solicitados no Trabalho Projeto para o ponto de Nagel.

## ALTERAÇÕES NA PRÁTICA PEDAGÓGICA

Todos os professores experimentadores salientam a importância do trabalho colaborativo entre professores nas equipas envolvidas na conceção de tarefas, na sua implementação na sala de aula e respetiva avaliação. Nas palavras de Marília do Rosário: Considero ter aprendido muito com o trabalho colaborativo desenvolvido na equipa em que estou integrada, construindo e reconstruindo, tentando e errando, falhando e acertando, sobretudo com as sugestões de melhoria (diria feedback dos pares) resultantes da análise e discussão com os vários elementos. Ou, como diz Irene Martins: Estes dois anos de trabalho conjunto com o Grupo de Trabalho do Desenvolvimento Curricular e Profissional em Matemática criaram em mim a necessidade de partilhar e

# PONTO DE NAGEL

(centro do triângulo que resulta da interseção das cevianas de Nagel)

Pensar no centro de uma figura plana é considerar o ponto equidistante de todos os pontos da fronteira dessa figura. Se for num quadrado, esse ponto é o seu centro; se for num triângulo, é o ponto de interseção das suas diagonais. E se for num círculo?

Num triângulo é possível definir vários tipos de centros, sendo o incentro, o ortocentro, o baricentro e o circuncentro os mais conhecidos e referidos pelos matemáticos da antiga Grécia. No entanto, existem outros pontos notáveis do triângulo que são considerados centros do triângulo. Atualmente, são conhecidos mais de 3200 centros do triângulo.



(1803 | Sulzgau – 1882 | Ulm)

Nagel foi um professor matemático e geômetra alemão que publicou vários artigos matemáticos na área da geometria do triângulo, evidenciando-se os pontos de um triângulo que resultam da interseção de linhas nesse polígono. Um desses pontos denominou-se de Nagel, em sua homenagem. Este matemático escreveu sobre este problema por volta de 1836, apesar de haver registos de contribuições anteriores de August Crellé e Carl Jacobi. Além de reitor e professor em Ulm, Nagel foi responsável pela criação de uma escola de formação técnica comercial, fundou um clube de matemática, foi conselheiro dos magistrados dessa cidade e também foi fundamental na instalação de gás em Ulm.

## DEMONSTRAÇÃO GEOMÉTRICA DE MARCAÇÃO DO PONTO DE NAGEL

com recurso a software de geometria dinâmica | GeoGebra

1. Construir o triângulo [ABC].
2. Desenhar as bissetrizes dos ângulos internos do triângulo.
3. Marcar o incentro I do triângulo.
4. Prolongar os lados do triângulo, traçando as retas que os formam.
5. Desenhar as bissetrizes de todos os ângulos externos do triângulo.
6. Marcar os pontos de interseção  $I_A$ ,  $I_B$  e  $I_C$  dessas bissetrizes que serão os centros das circunferências.
7. Traçar as retas perpendiculares a cada lado do triângulo que passam por  $I_A$ ,  $I_B$  e  $I_C$  (raios das circunferências).
8. Marcar os pontos de interseção de cada lado do triângulo com as retas traçadas no passo anterior e designá-los por  $T_A$ ,  $T_B$  e  $T_C$ .
9. Desenhar as circunferências ex-inscritas definidas pelos centros  $I_A$ ,  $I_B$  e  $I_C$  e raios  $[I_A T_A]$ ,  $[I_B T_B]$  e  $[I_C T_C]$ , respetivamente.
10. Desenhar as cevianas do triângulo.
11. Marcar o ponto de interseção N das cevianas que se designa por "ponto de Nagel".

Figura 1: Encontrar o incentro I do triângulo

Figura 2: Desenhar os centros das circunferências ex-inscritas

Figura 3: Desenhar as circunferências ex-inscritas

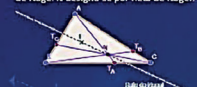
Figura 4: Encontrar o Ponto de Nagel

Figura 5: As Cevianas e o Ponto de Nagel no triângulo

Figura 6: Construção de Nagel (1836)

### PROPRIEDADES

I. A reta que contém o incentro I e o ponto de Nagel N designa-se por Reta de Nagel.



II. A Reta de Nagel também contém o baricentro G.



Se o triângulo for equilátero, não é possível definir o ponto de Nagel pois o incentro e o ponto de Nagel coincidem.

III. Num triângulo qualquer, o segmento que liga o vértice a um ponto do lado oposto é uma Ceviana de Nagel se, e somente se, esse ponto dividir o perímetro do triângulo ao meio.

Recorrendo a fronteira do triângulo [ABC], iniciando o percurso em A, passando por um dos outros vértices, a distância de A a  $T_A$  é metade do perímetro desse triângulo. Semelhantemente, verifica-se esta propriedade iniciando o percurso nos outros dois vértices. De um modo mais simples, há uma referência à marcação do ponto de Nagel do seguinte modo:

Após desenhar o triângulo, deve calcular-se o seu semiperímetro,  $s$ . Com régua num dos vértices do triângulo, percorre-se a distância  $s$  sobre a fronteira do triângulo passando-se por um dos outros vértices. O ponto encontrado pertence a uma ceviana de Nagel. Do mesmo modo, repete-se o processo para os outros dois vértices, encontrando-se mais dois pontos que pertencem a diferentes cevianas de Nagel. Assim, encontram-se as três cevianas de Nagel cuja interseção é o ponto de Nagel.

$P_{\Delta}(ABC) = 13,39$   
 Metade  $P_{\Delta}(ABC) = 6,7$   
 $AT_A = 6,7$   
 $BT_B = 6,7$   
 $CT_C = 6,7$   
 $AN_A = 6,7$   
 $BN_B = 6,7$   
 $CC_C = 6,7$

Aqui observa-se que  $AN_A = BN_B = CT_C$ , também é metade do perímetro do triângulo [ABC], nomeadamente  $AN_C = AT_C$ ;  $BN_B = BT_B$ ;  $CT_C = CC_C$ .

Segmento de reta que une os vértices de um triângulo com os pontos de tangência das circunferências ex-inscritas ao lado oposto.

Centro do triângulo que resulta da interseção das suas mediatrizes.

Observação: Analisar ao triângulo que é inscrito a um dos seus lados e o prolongamento dos outros dois lados do triângulo. Para o vértice da base, traçar as bissetrizes dos ângulos externos adjacentes ao lado do triângulo. O centro é a interseção dessas bissetrizes e o raio é definido usando a propriedade de que o centro de uma circunferência é perpendicular à reta tangente no seu ponto de tangência, que neste caso passamos ao lado do triângulo.

Centro do triângulo que resulta da interseção das mediatrizes de um triângulo.

A conceção e seleção das tarefas, bem como a escolha dos materiais para a concretização das mesmas foi uma experiência muito enriquecedora e que trouxe uma nova dinâmica à minha prática pedagógica. Caminho não isento de dificuldades, como nos confessa António Cardoso: *Procurei estar à altura do desafio. Senti dificuldades na conceção de tarefas desafiantes para todos os conteúdos de aprendizagem, aprendi muito sobre como apoiar o aluno sem tirar "interesse" à tarefa, e senti-me constantemente desafiado para conseguir colocar alunos a discutir ideias matemáticas entre eles. Mas realizado por sair de algumas zonas de conforto e recompensado com todo o trabalho colaborativo. E este foi a principal chave para as mudanças realizadas.*

As consequências positivas no que diz respeito ao trabalho dos alunos são ainda salientadas pelos professores. Para António Cardoso: *Este foi mais um momento que me ajudou a continuar a acreditar que é possível implicar o aluno nas suas aprendizagens, que estas ficam potenciadas com tarefas desafiantes, com dinâmicas de aula de ensino exploratório, suportadas por recursos tecnológicos potentes. Para Manuela Vicente, este trabalho consolidou a sua convicção de que tarefas abertas permitem trabalhar de forma integrada múltiplos conteúdos; quando o professor propõe tarefas que são verdadeiros problemas, ouve e valoriza as ideias dos alunos e eles percebem que há uma ligação da matemática à realidade, o gosto por esta área nasce, sendo o papel do professor o de um questionador. Manuela Vicente concluiu que os resultados obtidos contribuíram para a concretização deste tipo de tarefas com muita regularidade.*

Por fim, verifica-se a importância da publicação dos materiais produzidos ao longo dos anos da experimentação antecipada das Aprendizagens Essenciais, como refere Irene Martins: *O facto de ver publicado e disponibilizado este conjunto de tarefas para que outros professores possam utilizar nas suas aulas também é uma parte gratificante desta experiência. Foi sem dúvida uma experiência importante, como docente e como pessoa.*

Não podíamos deixar de salientar a importância do acompanhamento do trabalho em sala de aula que contou com a presença dos elementos do Grupo de Trabalho de Desenvolvimento Curricular e Profissional em Matemática, que tornou o trabalho colaborativo mais rico e reflexivo e que aponta para a importância de, na generalização, serem formados nas escolas grupos de prática reflexiva em que os professores se sintam apoiados nas mudanças que são necessárias realizar.

ELVIRA SANTOS, MANUELA PIRES E NUNO VALÉRIO,  
 DA EQUIPA EDITORIAL DA EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA

discutir as tarefas antes de as apresentar aos alunos, e é isso que eu tenho tentado colocar em prática no meu grupo disciplinar. O desenvolvimento profissional e as implicações no trabalho com os alunos são salientados pelos professores experimentadores. Segundo Paula Teixeira: *A maior alteração na minha prática pedagógica está associada à partilha e discussão, semanal, das tarefas aplicadas e dos trabalhos desenvolvidos pelos alunos da minha turma, com os outros professores das turmas-piloto. O meu papel nas aulas foi essencialmente o de mediadora das atividades desenvolvidas pelos alunos, quer em pares, quer em grupo/turma, com a finalidade de desenvolver a sua autonomia. Para Marília do Rosário: Foi um processo também de aprendizagem profissional que ajudou a potenciar o próprio trabalho com os alunos na sala de aula e, eventualmente, a ter uma noção mais forte e vivida da importância da aprendizagem colaborativa, das potencialidades do erro e da autonomia apoiada no apoio do professor. Irene Martins refere: Esta experiência ajudou-me a ver a importância de refletir sobre a forma como iniciar e desenvolver os diferentes tópicos e de analisar as produções dos alunos após a aplicação das tarefas.*