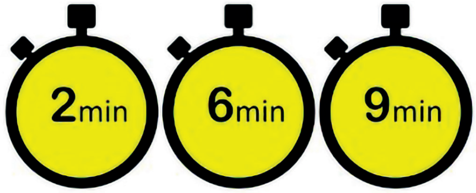
PAULO AFONSO

Os cronómetros limitados no tempo

O Professor Artur desafiou uma das suas turmas a resolver a seguinte tarefa: *"Como poderá a Joana medir exatamente 13 minutos de tempo, se só tem à sua disposição 3 cronómetros muito especiais, dos quais se sabe o seguinte:*

1. *Cada um deles só tem 2 botões, sendo um para iniciar a contagem do tempo e o outro para repor a contagem novamente no início.*
2. *Um deles está programado para medir apenas 2 minutos, outro apenas mede 6 minutos e o terceiro apenas pode medir 9 minutos.*
3. *A partir do momento em que qualquer cronómetro inicia a mediação do tempo, desaparece do ecrã o número 2, o 6 ou o 9, respetivamente, ficando os ecrãs escuros e voltam a mostrar o seu número após um sinal sonoro, que indica que se esgotou o tempo para o qual cada um está programado.*



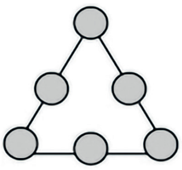
4. *Qualquer indicação intermédia de tempo entre o início da contagem e o seu final não é possível identificar-se em nenhum destes cronómetros".*

(Respostas até 30 de março para pjmafonso@gmail.com)

TRIÂNGULO DE PRODUTO MÁGICO

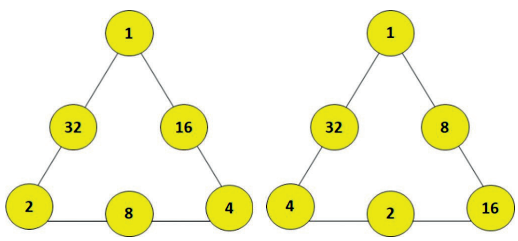
O problema proposto no número 168 da *Educação e Matemática* foi o seguinte:

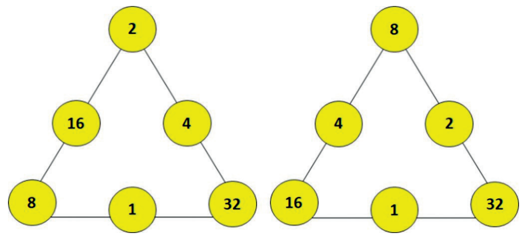
Uma sequência numérica inicia pelo número 1 e cada termo seguinte é o dobro do termo anterior. Utilizando os 6 primeiros termos desta sequência, todos e apenas uma vez, colocá-los nos 6 espaços disponíveis da figura seguinte, de modo que o produto em cada lado do triângulo seja sempre o mesmo. Haverá mais do que uma solução?



Este desafio recebeu duas respostas distintas, uma proveniente de Joana Tavares, e outra de uma aluna do 5.º Ano de uma turma de Faro, Leonor Pessoa. Ambas mandaram uma foto das suas resoluções.

No caso da resolução de Joana Tavares, a mesma aponta para o produto mágico 256, pois: 8 x 1 x 32 = 32 x 4 x 2 = 2 x 16 x 8. Por sua vez, a resolução da aluna Leonor Pessoa propõe o 64 como sendo o produto mágico, pois: 4 x 16 x 1 = 1 x 32 x 2 = 2 x 8 x 4. Contudo, este desafio permitia mais duas respostas possíveis, os produtos mágicos 128 e 512. Em síntese, vejamos, pois, as 4 diferentes soluções possíveis deste desafio, cujos produtos mágicos são 64, 128, 256 e 512:





Todos os números envolvidos nestas figuras mágicas são potências de base 2, pelo que os produtos mágicos obtidos também são potências de base 2:

$64 = 2^6$; $128 = 2^7$; $256 = 2^8$ e $512 = 2^9$.

Nos triângulos mágicos podem substituir-se os números pelas respetivas potências de base dois, confirmando-se a regra operatória de que o produto de potências com a mesma base e expoentes diferentes se obtém mantendo-se o valor da base das potências e adicionando-se os respetivos expoentes:

$2^0 \times 2^5 \times 2^1 = 2^6 = 64$	$2^1 \times 2^4 \times 2^3 = 2^8 = 256$
$2^1 \times 2^3 \times 2^2 = 2^6 = 64$	$2^3 \times 2^0 \times 2^5 = 2^8 = 256$
$2^2 \times 2^4 \times 2^0 = 2^6 = 64$	$2^5 \times 2^2 \times 2^1 = 2^8 = 256$
$2^0 \times 2^5 \times 2^2 = 2^7 = 128$	$2^3 \times 2^2 \times 2^4 = 2^9 = 512$
$2^2 \times 2^1 \times 2^4 = 2^7 = 128$	$2^4 \times 2^0 \times 2^5 = 2^9 = 512$
$2^4 \times 2^3 \times 2^0 = 2^7 = 128$	$2^5 \times 2^1 \times 2^3 = 2^9 = 512$

Em jeito de conclusão, também é interessante analisar os expoentes das potências posicionadas nos vértices de cada figura mágica: (a) no caso do produto 64 estão os menores expoentes (0, 1 e 2); (b) no caso do produto 128 estão os expoentes pares (0, 2 e 4); (c) no caso do produto 256 estão os expoentes ímpares (1, 3 e 5) e, (d) no caso do produto 512 estão os maiores expoentes (3, 4 e 5).