A minha primeira experiência com o LOGO.GEOMETRIA na sala de aula

Maria José Costa

Há longos anos - no mínimo dez - que não leccionava o programa de 9º ano de escolaridade. A última vez que o fiz estava em grande moda (pelo menos para mim!) a utilização de transparências, simples ou sobrepostas, de cores variadas, mostrando ou as fases de um traçado, ou as características de um determinado ente, ou … sei lá o quê: tudo! E tudo facilmente se mostrava no todo ou nas suas partes constituintes usando um índice cromático.

Assim, com o auxílio do retroprojector e de um Geoplano gigante (um enorme platex, com orifícios suficientemente alinhados para se considerar um geoplano de malha quadrada, onde se encaixavam os "picos" necessários para "desenhar" as figuras desejadas), com elásticos tingidos e com cordões coloridos, trabalhei toda a unidade intitulada Geometria do Plano.

Ainda hoje recordo a enorme canseira de torcer os fios para fazer os cordões e de tingir os elásticos até obter toda a gama de cores necessária ao estudo em causa ou de fazer todas aquelas sobreposições; então as circunferências… tanto álcool gasto a retocar as diatribes de um compasso improvisado para trabalhar em acetato. Isto para não falar no tempo gasto nem da despesa feita na preparação de tais materiais… Mas também não esqueço o prazer de ter trabalhado essa unidade do modo escolhido: fiquei, desde essa data, com um gosto especial por esse assunto e confesso que, tendo naquela altura cerca de dez anos de trabalho, nunca tinha sentido de forma tão clara e nítida que tinha dado aos meus alunos tantas oportunidades de a entender e de a aprender. Tão pouco achei alguma vez ter contribuido tanto para que os meus alunos ficassem a gostar de Geometria! Pensei até que dificilmente algum dia superaria estas agradáveis sensações.

Passados todos estes anos, voltei a leccionar o 9º ano, mas desta vez na era dos computadores no ensino secundário e finalmente pude utilizar um programa que há muito reputava de fabuloso para a geometria do plano, mas não sabia quanto: LOGO.GEOMETRIA.

É dessa experiência que me vou ocupar a seguir.

A organização da turma

Os vinte e sete alunos da turma foram distribuidos por dois grupos que, em horas diferentes, realizavam a mesma tarefa: cada um dos grupos desenvolvia, nos seis computadores disponíveis, uma actividade seguindo um guião previamente elaborado e testado, sobre um assunto ainda não ventilado na aula de Matemática.

Entre estes alunos havia diferentes experiências relativamente aos computadores desde os que nunca os tinham utilizado (nem em jogos) aos que já o tinham utilizado curricularmente. Estes, catorze no total, tinham estudado, no ano lectivo 1989/90, as transformações geométricas com o LogoWriter, sendo cinco provenientes das turmas de dois dos estagiários e nove, da turma que eu própria leccionei; além disso oito destes últimos alunos, tiveram o seu primeiro contacto com o computador na aula de Matemática no 7º ano de escolaridade, quando, integrados na turma que então leccionava, fizeram o estudo da proporcionalidade directa e inversa recorrendo, também, ao LogoWriter (ver artigo correspondente em *Educação e Matemática*, nº 10).

A turma tinha seis alunos repetentes, daqueles que sabem muito pouco de Álgebra e ainda menos de Geometria.

Registe-se ainda que nenhum dos alunos tivera antes qualquer contacto com o LOGO.GEOMETRIA.

A organização do tempo

Os dois grupos frequentavam a sala dos computadores em dias consecutivos, um numa hora do horário outro em hora extra-horário, sempre em horas terminais do dia, isto é: cada aluno teve sempre quatro horas de aula por semana mas o professor, em algumas semanas, deu cinco aulas e os alunos não ficaram com "furos" nos horários. A primeira aula após estas era de síntese, prática, justificação dos resultados encontrados ou só complemento de informação sobre a tarefa realizada no computador; depois, consoante o conceito em estudo, seguiam-se outras horas para executar trabalhos de aplicação do assunto introduzido com o LOGO.GEOMETRIA, algumas vezes com material de desenho rigoroso, outras recorrendo apenas ao papel quadriculado, por vezes com o auxílio de papel vegetal.

A organização do conteúdo

A utilização do LOGO.GEOMETRIA foi feita para a seguinte sequência programática:

- Distância entre dois pontos
- Mediatriz de um segmento de recta
- Circuncentro de um triângulo
- Distância de um ponto a uma recta
- Bissectriz de um ângulo
- Incentro de um triângulo

Como trabalho de aplicação, após a definição de distância de um ponto a uma recta, fez-se o traçado rigoroso das alturas de um triângulo e respectivo ortocentro, bem como do apótema de um polígono regular e, em certos casos, a determinação das respectivas medidas.

A utilização do LOGOGEOMETRIA, propriamente dita

A metodologia utilizada

Nas aulas dadas na sala dos computadores, como atrás se disse, o aluno punha em prática um guião; ao professor cabia:

- acompanhar a execução feita pelo aluno;
- prestar apoio no que respeita à comunicação utilizador - máquina - programa, nomeadamente na interpretação das mensagens de erro;
- evitar que o aluno não realizasse a tarefa por falta de conhecimentos prévios ou por dificuldade de comunicação com o computador;
- fazer reflectir sobre a ligação guião/resposta (isto é, entre aquilo que no guião se chama MENSAGEM e a resposta dada no écran);
- tomar conhecimento da conclusão tirada pelo aluno;
- sugerir repetições ou alternativas de modo a desfazer concepções inadequadas ou esclarecer o conceito em estudo.

Estas aulas tiveram a colaboração dos três estagiários aos quais eram facultados previamente os materiais a utilizar na aula. Quando, por sua iniciativa, mostraram empenho em assistir à leccionação de toda a unidade, foram de imediato informados da planificação a longo prazo e, a seu tempo, foi-lhes apresentada a planificação a curto prazo; finalmente, no dia-a-dia tomavam conhecimento do plano da lição, colaboravam na avaliação da aula e, consequentemente, na apreciação das alterações a introduzir nos planos das lições seguintes. A sua colaboração nas aulas dadas com o computador foi aceite com a condição de não se afastarem da metodologia acima descrita.

O guião

Cada guião tinha pelo menos duas partes, além da comunicação da tarefa: informações e mensagens. Nas figuras 1 e 2 apresentam-se dois guiões, um respeitante à exploração de um conceito, outro referente à utilização de um conceito na exploração doutro. Eram fornecidos um a cada aluno, com a recomendação de serem trazidos, todos, para cada uma das aulas: os das lições anteriores serviram tanto para avivar o conceito que se pretendia utilizar como para desfazer equívocos.

Não houve grande dificuldade da parte dos alunos em os seguir. Após o primeiro par de aulas em que foram utilizados, fez-se a "tradução" guião-resposta: projectado linha a linha, recordou-se a actuação provocada. Esta leitura interpretativa facilitou o entendimento das mensagens posteriores, ajudando, também, à redacção da definição.

Escola Secundária de Augusto Gomes // Matosinhos
1991 ••• F.T. ••• 9º ANO

INFORMAÇÃO

O trabalho que vai fazer tem por finalidade definir MEDIATRIZ DE UM SEGMENTO DE RECTA.

INSTRUÇÕES

I.1) Tecle cada uma das mensagens, RESPEITANDO ESPAÇOS, PONTOS, ASPAS, MAIÚSCULAS E MINÚSCULAS (mas não o número da mensagem).
I.2) No fim de cada mensagem, carregue na tecla RETURN (ou ENTER, consoante o teclado).
I.3) Organize um quadro com os valores que vão surgindo.
I.4) Repita cinco vezes as mensagens de 6) até 11), substituindo C e D por E e F; depois por G e H etc; registe os valores num quadro.
I.5) Compare os valores registados e utilize essa comparação para dar uma nova definição de MEDIATRIZ DE UM SEGMENTO DE RECTA.

MENSAGENS

1) INICIO
2) APAGAR.REF
3) P.ACASO [A B]
4) FAZ.SEGMENTO "s [A B]
5) MEDIATRIZ "t [A B]
6) P.RECTA "C "t
7) PR DIST [C A]
8) PR DIST [C B]
9) P.ACASO "D
10) PR DIST [D A]
11) PR DIST [D B]

Fig. 1 — Um guião relativo ao conceito de mediatriz

Escola Secundária de Augusto Gomes // Matosinhos
1991 ••• F.T. ••• 9º ANO

INFORMAÇÃO

Ao teclar

1º MARCAR, vê aparecer uma cruz, que pode deslocar com as setas. Coloque-a onde desejar que fique um ponto e tecle P. Sem mover o cursor, dá-se o nome A a esse ponto teclando: FAZ.P "A POS.

2º MEDIATRIZ "r [A B], constrói a mediatriz do segmento de recta de extremos A c B.

3º FAZ.P "A INTERSEC [r s], está a chamar A ao ponto de intersecção das rectas r e s.

4º PR DIST [A B], aparece um número: é a distância entre os pontos A e B.

ACTIVIDADE

1) Use MARCAR e FAZ.P "A POS três vezes para obter os pontos não alinhados A, B e C.

2) Trace a mediatriz dos segmentos de recta [AB], [BC] e [AC].

3) Chame P ao ponto de encontro das mediatrizes traçadas em 2)

4) Conjecture a relação existente entre as distâncias de P aos pontos A, B e C.

5) Confirme a sua conjectura, pedindo essas distâncias. Rectifique a sua opinião, (se necessário, claro).

6) Sabendo que três pontos não alinhados definem um triângulo, escreva uma frase que traduza a conclusão que os resultados obtidos em 5) sugerem.

Fig. 2 — Da mediatriz ao circuncentro

As situações surgidas

De todas as sessões houve uma que se salientou pela riqueza de ecrãs surgidos: foi aquela em que a tarefa era a determinação do circuncentro de um triângulo.

Entregue o guião a cumprir, e após observação silenciosa pela sala, depressa nos apercebemos da existência de:

- um triângulo escaleno e acutângulo.
- dois triângulos obtusângulos, com o circuncentro fora do écran.
- um triângulo que parecia isósceles e acutângulo com o circuncentro quase sobre o maior lado.
- dois triângulos que pareciam isósceles com o circuncentro no interior.

À medida que um grupo acabava a determinação pedida, era confrontado com a questão: será sempre esta a posição do circuncentro, face ao triângulo? Depois de reflectir sobre a resposta dada, o grupo era convidado a fazer uma "visita de estudo" aos outros monitores para confirmar ou infirmar a resposta dada.

Depois dessa "visita dc estudo", catalogaram-se as perguntas possíveis: haverá "uma família" de triângulos cujo circuncentro, se situe na fronteira do triângulo? E no interior ? E no exterior? Para contribuir para esta análise, alguns dos alunos ainda classificaram, com a ajuda do LOGO.GEOMETRIA, os triângulos com que trabalharam, quanto aos lados e quanto aos ângulos: constataram que um dos triângulos que parecia isósceles o era mas que o outro era escaleno; que um dos triângulos que parecia isósceles e acutângulo era de facto isósceles mas rectângulo.

As questões levantadas pela observação dos diferentes trabalhos foram tratadas na(s) aula(s) seguinte(s) em sala normal. Com vista a uma síntese tão completa quanto possível, cada uma destas situações foi explorada utilizando vários triângulos das famílias surgidas com a finalidade de comprovar se a posição do circuncentro era acidental, ou se, pelo contrário, seria uma característica dos triângulos daquela família.

Quando chegamos à determinação do incentro, havia uma certa expectativa: será que a localização deste tem tantas hipóteses como a do circuncentro?

As dificuldades encontradas.

Ultrapassando as dificuldades inerentes a uma experimentação autodidacta, gostaria de apresentar as que, no meu entender, merecem realce.

a) Ao definir "Mediatriz", "Circuncentro", "Bissectriz" e "Incentro", aparecia, em todas as mesas, pelo menos um par de valores diferentes! Era "a mediatriz com pontos mais próximos de um extremo que do outro", era "o circuncentro que não aparecia igualmente distanciado dos vértices do triângulo", etc, etc.

Comparando os valores aproximados a menos de uma décima e num caso a menos de uma unidade, das distâncias calculadas pelo programa, pareceu que as diferenças não eram significativas, sobretudo trabalhando com pontos daquele "tamanho"! Mas depois, quer nestes casos quer nos outros, fez-se a reflexão sobre os resultados que seriam de esperar, acompanhada da respectiva justificação: não foi dificil responsabilizar os arredondamentos feitos pelo próprio computador, nas diferenças surgidas.

b) Outra dificuldade teve a ver com o ACASO no LOGO.GEOMETRIA.

Menos rica, sem dúvida, foi a sessão com vista à definição de distância de um ponto a uma recta.

O guião utilizava a função ACASO do programa com vista à escolha de uma recta e seis pontos dos quais um não pertencente à recta.

Se numa sessão resultaram duas situações distintas, na outra todos os ecrãs deram a mesma posição relativa e quando pedidas as distâncias, conduziram aos mesmos valores!...

As situações surgidas também merecem uma referência: apenas um computador forneceu cinco pontos distintos sobre a recta e distribuidos de um e de outro lado da perpendicular traçada do ponto para a recta; nos outros e nos mesmos seis computadores no dia seguinte, a recta era quase uma recta vertical e todos apresentavam os pontos A e E sobrepostos bem como C e D; e sempre pela mesma ordem: B, A e C. E todos para o mesmo lado da perpendicular definidora da distância do ponto à recta!...

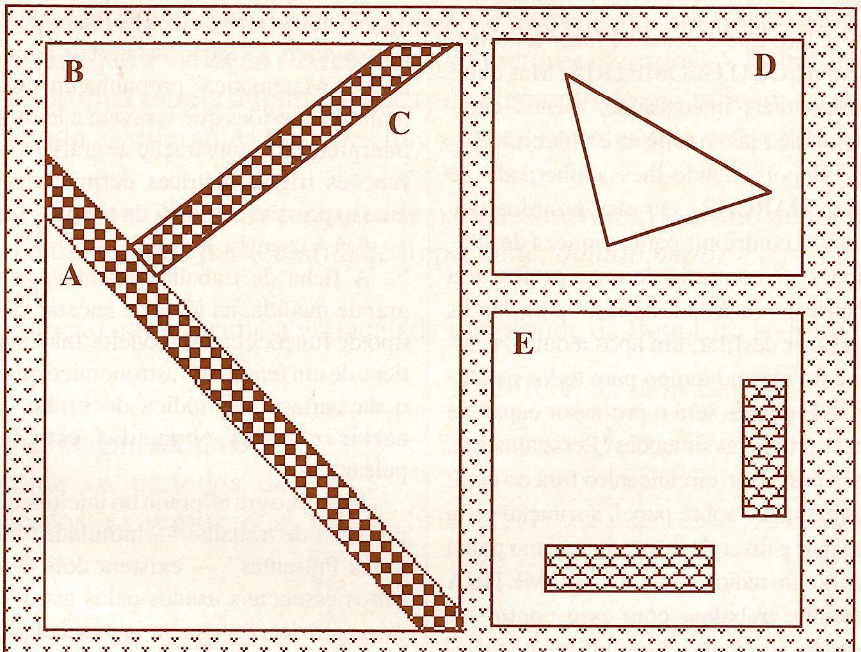
Poderiam estar tão próximos uns dos outros que pareciam coincidentes; e foi-lhes posta a questão: como decidir se eram pontos distintos ou se, pelo contrário, eram de facto o mesmo ponto? Uns pretendiam usar, como critério, a distância de um ponto à recta: argumentavam que se desse o mesmo valor eram o mesmo ponto; marcado um ponto sobre a mesma recta igualmente afastado do pé da perpendicular, mas para o outro lado, reconheceram que só em certas circunstâncias seria um critério ajustado. Outros recorreram de imediato à distância entre dois pontos (tratada em aulas anteriores) e concluiram que se tratava, de facto, do mesmo ponto.

Depois de tiradas as conclusões pedidas, utilizaram mais pontos sobre a mesma recta e fora dela, para testarem as conclusões tiradas.

Em conclusão e quanto a esta dificuldade, poderíamos dizer que o LOGO.GEOMETRIA a provoca e o LOGO.GEOMETRIA a ajuda a resolver, e isto porque de dificuldade passou a auxiliar educativo, se assim se pode dizer: a fraca aleatoriedade foi pretexto para recordar noções anteriormente tratadas e lembrar das vantagens de estarmos atentos e sermos críticos quanto ao trabalho produzido por aquela máquina (perante a resposta do programa a primeira reação dos alunos foi: o meu não dá os pontos pedidos!?).

c) Outra dificuldade tem a ver com o tempo que demora a carregar o programa: um intervalo entre duas aulas não chega para carregar mais do que um módulo. E se por qualquer utilização inadequada o programa se perde, não há tempo para o carregar de novo e fazer a aula prevista.

Escola Secundária de Augusto Alves // Matosinhos
9º ano ••• 1990/1991



O texto que se segue apoia-se na figura acima:

O Sr. Costa pretende construir uma PISCINA circular o maior possível na ZONA A, um ANEL circular à volta do canteiro na ZONA D, mas o mais pequeno que puder ser, e uma MESA redonda que sirva igualmente os dois bancos da ZONA E. Pretende ainda instalar dois CANDEEIROS DE PÉ na ZONA C, igualmente afastados dos caminhos internos e um terceiro na ZONA B, que fique na perpendicular ao contorno exterior tirada do ponto de encontro dos caminhos internos .Construa RIGOROSAMENTE os elementos que o Sr. Costa deseja, nos lugares escolhidos e nas condições exigidas pelo proprietário.

Legenda:

Caminhos Bancos Jardim

A avaliação

Do ponto de vista do trabalho feito, não serei a pessoa indicada para fazer tal avaliação, seja pela minha implicação na realização seja pela falta de preparação para avaliar projectos. Mas, do ponto de vista da aquisição de conhecimentos pelos alunos, preocupava-me o modo como os conceitos estavam interiorizados e como seriam capazes de os mobilizar. Recorri, por isso, à realização de um trabalho individual (ver quadro nesta página). Os resultados foram os melhores de sempre: houve 15 classificações acima de 55% (a nota a seguir foi 41%); a zona de maior sucesso foi a **A** e a de maior insucesso foi a **B**, a julgar pelos números: 20 alunos matematizaram correctamente a primeira, enquanto apenas 7 o conseguiram relativamente à zona **B**; quanto às zonas **C**, **D** e **E**, os números correspondentes foram: 12, 15 e 9, respectivamente; há ainda a salientar um dos alunos que teve boa nota (70%), nunca tinha obtido positiva em Matemática em anos anteriores, nem voltou a ter neste ano. Também as outras questões sobre este assunto que ao longo do ano fui incluindo nos diferentes testes não foram das pior sucedidas.

LOGO.GEOMETRIA, o auxiliar indispensável no ensino da Geometria?

Claro que é possível fazer tudo isto sem o LOGO.GEOMETRIA. Mas que é muito mais interessante, menos enfadonho, e mais rico, isso é indubitável.

Depois, dando-lhes a liberdade de usar MARCAR, são eles próprios que estão a contribuir para a riqueza de situações, ao contrário de ser o professor a fabricar a variedade de casos para depois os fazer desfilar, um após a outro, sempre no mesmo tempo para todos os alunos. E depois será o professor capaz de prever todas as situações? Pessoalmente, não previria o circuncentro fora do ecrã: trabalhando sobre papel, a solução seria apagar e fazer de novo, no mesmo papel ou noutro maior; o LOGO.GEOMETRIA permite trabalhar com esse ponto: ele está invisível mas responde quando chamado (poderá questionar-se a importância desta situação, mas foi a mais espectacular em termos de impacto).

Por outro lado exige muito menos confecção de material do que o geoplano ou o retroprojector que antes utilizara. É certo que tive que estudar o programa, mas o tempo gasto na preparação destas aulas foi muitíssimo menor do que tinha gasto da outra vez.

Para mim, será, realmente, indispensável ...

Maria José Costa
Esc. Sec. de Augusto Gomes,
Matosinhos

Nem tudo o que luz...

No número 18 da revista *Educação e Matemática*, a secção "Materiais para a aula de Matemática" propunha um conjunto de questões que visavam a leitura, interpretação e construção de gráficos de funções trigonométricas definidas por uma expressão analítica do tipo:

$$f(x) = a\text{sen}(bx + c) + d.$$

A ficha de trabalho assentava, em grande medida, na ideia de encarar este tipo de funções como modelos matemáticos de um fenómeno astronómico que é o da variação periódica do brilho de certas estrelas chamadas estrelas pulsantes.

Tal como era aflorado no início desta proposta de trabalho — intitulada "Estrelas Pulsantes" — existem dois conceitos essenciais usados pelos astrónomos para descreverem a intensidade luminosa de uma estrela: o brilho e a magnitude. Ambos constituem grandezas através das quais se pode exprimir a luz emitida por um astro, e em particular por uma estrela. Era dito, nesse texto inicial, que o brilho e a magnitude de uma estrela estão relacionados de tal forma que a magnitude de uma estrela é tanto maior quanto menor for o seu brilho. Sucede, porém, que depois de explicitada esta premissa essencial, ela foi renegada e desprezada na arquitectura da situação II da ficha de trabalho. O resultado foi uma falha do tipo "black-out"; *não há estrelas no céu* que resistam à sugestão de tratamento matemático proposto neste segundo grupo de questões. Vejamos porquê. Explicava-se que a Beta Lira é uma estrela dupla, ou seja, que é formada por um par de estrelas. Ambas giram em torno de um centro de gravidade comum e é em virtude desse movimento que se observa uma variação de brilho periódica análoga à de uma estrela pulsante. Esta periodicidade produzida pela interacção entre duas estrelas, que descrevem movimentos periódicos, fazia lembrar a soma de duas funções periódicas. De uma forma abreviada, a questão que se colocava era a de mostrar que a emissão de luz da Beta Lira seria teoricamente equivalente à emissão de luz resultante da agregação de duas estrelas pulsantes. Até aqui, não há sobressaltos de maior. O sinal de alarme veio a soar um pouco mais tarde, na frase seguinte: "Seria o mesmo que somar as variações de magnitude de duas estrelas pulsantes imaginárias". E a partir daqui surgiu o erro de imaginar a **magnitude** da Beta Lira como sendo a soma das **magnitudes** de duas estrelas pulsantes. Ora, isto contraria o que supostamente iria acontecer se se juntassem duas estrelas. Decerto, o brilho resultante iria aumentar e, consequentemente, a magnitude deveria diminuir (maior brilho implica menor magnitude). Portanto, se duas estrelas de magnitudes 2,6 e 4,15 se unissem, a magnitude resultante não poderia ser 6,75. Teria de ser necessariamente menor. Resumidamente, isto significa que "a magnitude da soma não é igual à soma das magnitudes". E, na verdade, existe uma razão para que assim seja. Tudo reside no facto de a magnitude ser calculada numa escala logarítmica, ao contrário do brilho, cuja escala é linear. Concretamente, a escala criada para a magnitude obedece à seguinte relação:

"Há uma diferença de 5 unidades de magnitude entre dois astros cujos brilhos estão na razão de 100 para 1."

Feita a explicação do erro, deverá notar-se que a variação de magnitude da Beta Lira ao longo do tempo, representada graficamente nesta ficha, nunca seria idêntica à que se obteria pela agregação das estrelas A e B, supondo que estas teriam as variações de magnitude correspondentes aos gráficos apresentados.

Por último, e embora não tenha chegado à redacção da revista qualquer resposta ao desafio, lançado no número anterior, de encontrar uma proposta de alteração da ficha de trabalho, aqui fica uma hipótese de remodelação. A acompanhá-la vai naturalmente o pedido de desculpas pelo engano.

Susana Carreira