# Escoamento de água

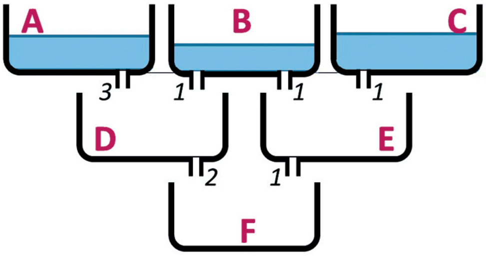
Temos seis cisternas, todas com uma capacidade de 60 litros.

A cisterna A está com 30 litros de água, a B com 24 e a C com 36.

Na cisterna A há uma válvula que escoa 3 litros por minuto e a B tem duas válvulas que escoam, cada uma, um litro por minuto. A C e a E têm também válvulas que escoam um litro por minuto, enquanto a da D escoa dois litros.

Abrem-se simultaneamente as seis válvulas e a água começa a correr para as outras três cisternas, tal como se vê na figura.

No momento em que a cisterna F começar a transbordar, que quantidade de água há em cada cisterna?




Respostas até 06 de janeiro, para zepaulo46@gmail.com

## O MAIOR CILINDRO

Foi este o problema proposto no número 167 da *Educação e Matemática*:

*A Andreia tem uma placa retangular de chapa, com uma área de 600 cm2, que pretende usar para construir a parede lateral de um cilindro. Reparou que, se enrolar a chapa num sentido, obtém um cilindro com um volume 50% maior do que se enrolar no outro sentido.*

*Quais são as dimensões da placa?*

*Qual é o volume do maior cilindro que pode construir?*

Recebemos 15 respostas: Alberto Canelas (Queluz), Alice Martins (Torres Novas), Andreia Cardoso (Guimarães), Delfim Guedes (V. N. Gaia), Carlos Dias (Silveira), Isabel Viana (Porto), João Pintarroxo (Ponte da Barca), José Mendes da Silva (Guimarães), José Paulo Coelho (Moura), Leonor Azevedo (Guimarães), Mário Roque (Guimarães), Paulo João, Pedro Martins (Guimarães), Pedrosa Santos (Caldas da Rainha), e do grupo Manuel Saraiva e Rogério Berrincha (Covilhã).

Todos chegaram às soluções corretas, seguindo processos bastante parecidos.

Vejamos a maneira mais direta.

Sejam $x$ e $y$ as medidas (desconhecidas) da placa, mas sabemos que $xy$=600.

Primeiro cilindro: placa enrolada de modo que $x$ seja o perímetro da base do cilindro e $y$ a altura.

$$x = 2\pi \times r_1 \Leftrightarrow r_1 = \frac{x}{2\pi}$$

$$V_1 = \pi \times r_1^2 \times y = \frac{x^2 y}{4\pi}$$

Segundo cilindro: placa enrolada de modo que $y$ seja o perímetro da base do cilindro e $x$ a altura.

$$y = 2\pi \times r_2 \Leftrightarrow r_2 = \frac{y}{2\pi}$$

$$V_2 = \pi \times r_2^2 \times x = \frac{y^2 x}{4\pi}$$

Seja $V_1$ o maior dos volumes. Então, $V_1 = 1,5V_2 \Leftrightarrow \frac{x^2 y}{4\pi} = 1,5\frac{y^2 x}{4\pi}$

Desembaraçando de denominadores e dividindo ambos os membros por $xy$ fica: $x$=1,5 $y$

Tal como vários dos leitores assinalaram, verifica-se que a relação entre as dimensões da chapa é a mesma que a relação entre os volumes.

Como sabemos a área da chapa, temos

$xy=600 \Leftrightarrow 1,5y^2=600 \Leftrightarrow y^2=400 \Leftrightarrow y=20$ e portanto $x$=30.

A chapa tem de dimensões 30 cm por 20 cm.

O volume do maior dos dois cilindros é

$$V_1 = \frac{x^2 y}{4\pi} = \frac{4500}{\pi} \approx 1432,39\ cm^3$$

Delfim, Alberto, Manuel e Rogério levantaram uma questão adicional.

*Qual é o maior volume que se poderia obter sabendo apenas que uma chapa tem 600 cm², ou seja, que xy=600?*

O resultado é surpreendente, porque consegue-se um volume tão grande quanto se queira. Com efeito:

$$V = \frac{x^2 y}{4\pi} = \frac{600x}{4\pi} = \frac{150x}{\pi}$$

Ou seja, o volume depende apenas da maior dimensão da chapa. Como Delfim notou, *se a Andreia quisesse construir um cilindro à volta da praça do Marquês de Pombal, cujo perímetro rondará os 600 metros, teria de arranjar uma placa com 600 metros de comprimento e 0,1 mm de largura! Mas, surpreendentemente (pelo menos para alguns), o volume do cilindro seria superior a 2,86 metros cúbicos!*

O José Paulo Coelho acrescentou ainda uma resolução gráfica e um programa em Python que permite chegar à solução.