

Projeto “Matemática em Leiria”

MANUEL MARQUES

Existe, sem dúvida, muita matemática à nossa volta, mas sempre nos pareceu exagerado afirmar que “A matemática está em todo o lado”. Na verdade, há quem veja mais e há quem veja menos porque, para *ver*, é preciso primeiro conhecer os conceitos e... *aprender a ver*. Cabe-nos, como docentes, ensinar a ver e a apreciar a matemática que nos rodeia aos nossos alunos. O projeto “Matemática em Leira”, desenvolvido com duas turmas do 12.º ano da Escola Secundária Afonso Lopes Vieira (ESALV), no âmbito da disciplina de Matemática A, teve este objetivo.

Tendo sido desenvolvido entre os meses de janeiro e junho de 2023, incidiu, essencialmente, nas áreas da modelação e da comunicação matemática, em que quarenta e dois alunos foram desafiados a encontrar modelos, que estudaram durante o Curso de Ciências e Tecnologias (polinomiais, trigonométricos, exponenciais e logarítmicos), em monumentos de Leiria ou em movimentos. Assim, cada aluno foi responsável pela criação de um cartaz, mostrando a presença de funções matemáticas em diferentes locais da região. Entre os temas retratados, destacam-se, por exemplo, o movimento do elevador do Castelo de Leiria, um mergulho nas Piscinas Municipais, o movimento do Moinho do Papel, as ondas da Praia da Concha, a cobertura do Estádio Dr. Magalhães Pessoa, a roda gigante da Feira de Maio, o *drift* de um carro ou, ainda, a descolagem de um F16, na Base Aérea de Monte Real. Todos estes cartazes deram origem a uma exposição, com um painel central de grandes dimensões (7,5 metros de comprimento e 3 metros de altura), tendo a sua inauguração reunido a comunidade educativa em torno da matemática.



Figura 1. Equipa do projeto “Matemática em Leiria”

A CONSTRUÇÃO DE UM PROJETO

Na génese de qualquer projeto está a escolha de um tema, a qual tem em conta muitos fatores (interesse dos alunos, contexto da escola, tema matemático, custos, parcerias, etc.), porém, é nosso entender que o mais relevante é o interesse do docente. De facto, a natureza e a duração de um projeto fazem com que o professor tenha de estar particularmente motivado para partilhar o seu entusiasmo com os alunos e enfrentar os obstáculos que, inevitavelmente, surgirão. Neste caso em particular, o mote nasceu (em dezembro de 2022), do gosto pela modelação matemática e do interesse pelo menu “Plot Imagem” da calculadora gráfica CASIO fx-CG50.

Uma vez escolhido o tema, seguiu-se a planificação do projeto, a qual decorreu durante os meses de janeiro e fevereiro. Durante este período, foi solicitada a colaboração de três alunos para realizar experiências preliminares e testar a viabilidade do mesmo. Este momento do trabalho também consistiu na tomada de decisões, relativamente a um conjunto de questões:

i) Definição de objetivos

Cada aluno tinha de tirar uma fotografia de um monumento de Leiria ou filmar um movimento, assim como procurar o modelo matemático que melhor se ajustava a um conjunto de pontos/posições, usando as opções de regressão da calculadora gráfica. Seguidamente, com as imagens obtidas no menu “Plot Imagem”, tinha de criar um cartaz com doze fotografias ilustrativas das etapas desta regressão. Por último, tinha de participar ativamente na organização de uma exposição.

ii) Organização dos alunos

Na fase de criação dos cartazes, os alunos foram organizados em grupos de trabalho (de três ou de quatro elementos), promovendo-se, assim, o espírito de equipa e a cooperação entre pares. De modo a obter a diversidade de funções desejada, cada aluno teve de escolher uma função diferente (x , x^2 , x^3 , x^4 , \sin , \exp ou \log), com exceção da função seno que podia ser repetida.

iii) Recursos

Concluiu-se que se recorreria ao seguinte material: um *smartphone* e um computador por aluno; *Software* fx-CG_Manager_PLUS (versão gratuita de 90 dias); *Software* CASIO Picture Conversion Engine 1.01 (solicitado à CASIO); cinquenta folhas de cartolina branca (50cm × 65cm); fotografias (10cm × 15 cm); outros materiais (tesouras, cola, réguas, adesivos, panos pretos, abraçadeiras, velcro, *pins*, letras em madeira, etc.).

iv) Financiamento

Atendendo à forte componente tecnológica associada à calculadora gráfica, foi solicitado apoio financeiro à CASIO, ao qual se somou o da ESALV e a dos alunos (com uma participação simbólica).

v) Parcerias

O projeto foi apresentado à Direção que o acolheu, prontamente, desde a sua fase inicial. Para além disso, foram contactados dois encarregados de educação, os quais colaboraram em todo o processo: o fotógrafo Bruno Coutinho (FotoMonumental) e a proprietária da loja LeiriArte, Ana Sofia Santos, que criou o título da exposição (em madeira). Na exposição, participaram ainda alunos, docentes e funcionários, com sugestões e/ou intervenções diretas.

vi) Orientação dos alunos

Foi entregue um guião a cada aluno, com indicação dos objetivos, do material, dos tipos de funções, das etapas, dos prazos e dos critérios gerais de avaliação. Este guião estava acompanhado de dois anexos: o primeiro, com uma descrição de cada uma das possíveis regressões; o segundo, com exemplos de fotografias e vídeos explorados no menu “Plot Imagem” da calculadora. Cada aluno recebeu ainda uma descrição pormenorizada do *layout* gráfico do cartaz.

Dadas as especificidades do *software* utilizado, optámos por realizar um conjunto de vídeos¹ para que os alunos pudessem instalar autonomamente o emulador da calculadora e aprender a converter uma fotografia ou um vídeo, no formato da calculadora, dividir um filme em *frames*, assim como efetuar uma regressão e guardar imagens.

vii) Monitorização

Foi criada uma única equipa na plataforma TEAMS, com todos os alunos envolvidos, para partilhar os materiais de apoio e receber os trabalhos (imagens e textos que constariam em cada cartaz). Cada aluno dispunha de uma pasta identificada com o seu nome. Este recurso foi também muito utilizado para comunicar, individualmente ou em grupo, nomeadamente para avaliar a evolução do processo e fornecer um *feedback* mais imediato.

viii) Avaliação

Sendo alunos do Curso de Ciências e Tecnologias, a avaliação do projeto teve uma influência significativa na motivação dos discentes. Foram entregues os critérios específicos de avaliação a cada um, contemplando três domínios: “Conhecimentos e procedimentos”, “Aplicação de conhecimentos” e “Comunicação matemática”. Este último domínio foi avaliado através de um

relatório crítico, entregue uma semana após a inauguração da exposição.

OS CARTAZES

No dia 7 de março, durante cerca de 45 minutos, foi finalmente apresentado o projeto “Matemática em Leiria” aos alunos. É de salientar que os que tinham participado no “Matemática e Dança”, no 11.º ano, aguardavam este momento com bastante entusiasmo. Globalmente, o projeto foi bem acolhido porque os alunos se sentiram desafiados.

Até ao dia 24 de março, os alunos formaram equipas, indicaram os temas escolhidos num documento partilhado (de modo a impossibilitar cartazes iguais) e colocaram a fotografia ou o vídeo na sua pasta pessoal do TEAMS. Entre os temas escolhidos, alguns foram inesperados (movimento de um pato; salto de um cão; arte urbana, representando o doce Brisa do Lis; descolagem de um avião F16) e outros foram mais comuns (pontes de Leiria; calçadas; movimentos associados à prática desportiva). É ainda de referir que, por diferentes razões, foram raras as fotografias ou os vídeos que ficaram perfeitos à primeira tentativa, no entanto, os discentes aceitaram bem o grau de exigência porque entenderam que a qualidade do produto final dependia diretamente da qualidade de cada um dos trabalhos.

Na última semana do período, foram dedicadas duas aulas de matemática para a componente tecnológica do projeto, usando o *software* da CASIO, previamente instalado nos computadores dos alunos. Estes, organizados em equipas e com auxílio dos vídeos explicativos, efetuaram regressões e guardaram imagens das sucessivas marcações, comprovando que o modelo matemático se ajustava à situação estudada (figura 2). É de referir que qualquer uma das funções obtidas no âmbito deste trabalho poderia ser explorada em aula (encontram-se exemplos deste tipo de atividade na revista CASIO NEWS).

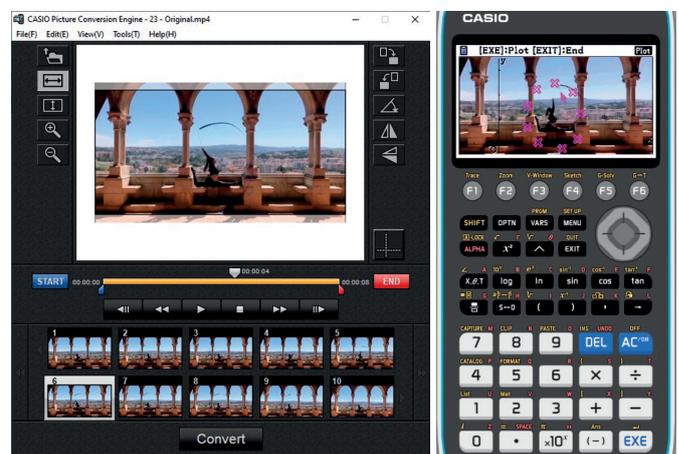


Figura 2. Decomposição de um vídeo em *frames* e regressão no emulador da CASIO fx-CG50

¹ (https://www.youtube.com/playlist?list=PLO4Ynt_W81jacH_qLHjmH5WIkRNR6qS)

Após a interrupção letiva da Páscoa e até ao dia 21 de abril, os alunos tiveram de corrigir erros e de enviar o título do cartaz, uma breve descrição, a indicação do local e o nome do autor. Entretanto, as centenas de imagens foram enviadas para o fotógrafo para serem impressas. No dia 5 de maio, em duas aulas de matemática, criaram-se os cartazes, respeitando integralmente o *layout* pré-definido, de modo a que fossem todos iguais.



Figura 3. Construção de cartazes

Seguidamente, apresentam-se algumas das imagens de quatro cartazes, exemplificando cada um dos tipos de funções, e um pouco da história por detrás destes trabalhos.

O cartaz “Elevador do Castelo”, realizado por Ana Afonso, retrata o movimento do elevador que leva os visitantes da Avenida 25 de abril até à porta do Castelo de Leiria. Numa determinada parte do trajeto, observa-se que este movimento é uniformemente acelerado e, por isso, pode ser modelado por uma função polinomial do 2.º grau, do tipo $y = ax^2 + bx + c$. Após várias tentativas frustradas, a aluna teve de pedir autorização para entrar numa propriedade privada e conseguir filmar o elevador do ângulo desejado.

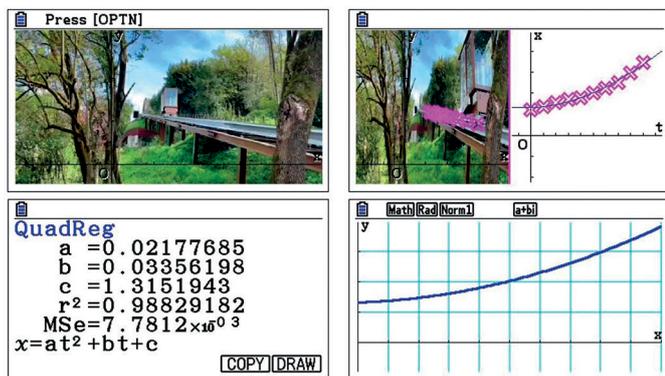


Figura 4. Imagens do trabalho “Elevador do Castelo”

O cartaz “Drift matemático” relaciona o movimento circular de um carro durante um *drift* com uma função trigonométrica,

mostrando que, fixado um referencial Oxy, a variação da coordenada x do automóvel em função do tempo t é modelada por uma função seno do tipo $x = a \cdot \sin(bt + c) + d$. No seu relatório individual, o autor do trabalho, David Lopes, refere que esta ideia nasceu no dia da apresentação do trabalho, mas que nunca imaginou as dificuldades que iria enfrentar. O vídeo final foi conseguido usando um drone e contou com a participação do irmão do aluno, o qual realizou a manobra com o automóvel.

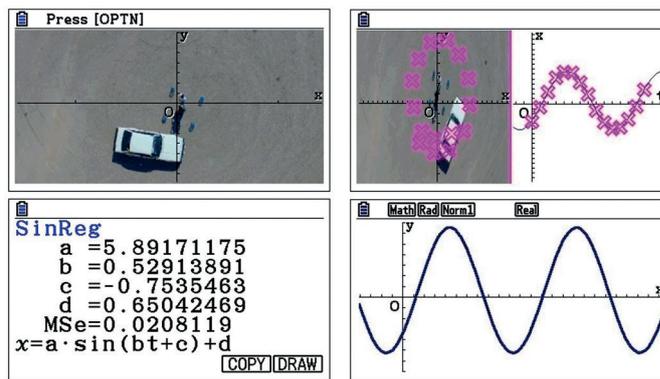


Figura 5. Imagens do trabalho “Drift matemático”

O cartaz “Pino logarítmico”, da autoria de Iara Santos, tem como objetivo aliar a matemática à sua paixão pela ginástica, mostrando que a posição do corpo durante o pino se aproxima do gráfico de uma função logarítmica do tipo $y = a + b \cdot \ln(x)$. A fotografia foi obtida na Escola de Ginástica e Formação Acrobática (Milagres), frequentada pela aluna.

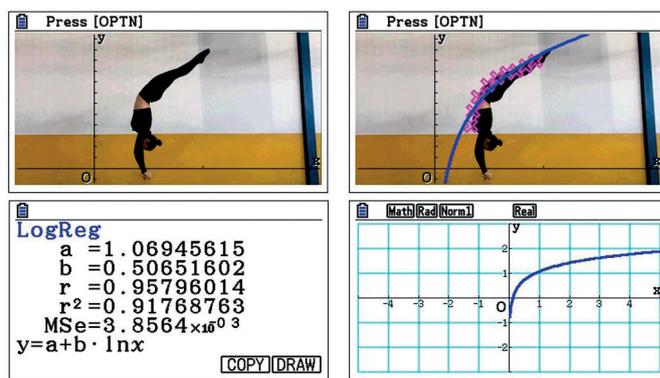


Figura 6. Imagens do trabalho “Pino logarítmico”

O cartaz “Exponencial marítima”, mostra-nos que é possível ver o gráfico de uma função exponencial do tipo $y = a \times e^{bx}$ nas ondas da Praia da Concha. O autor da fotografia, João Cruz, escolheu este tema por ter uma forte ligação ao mar. Na sua reflexão crítica, refere que “com ajuda do meu padrinho, dirigi-me a São Pedro de Moel para fotografar ondas e observar as suas curvas, percorrendo escarpas marítimas onde era possível sentir a força das ondas a baterem por baixo de nós”.

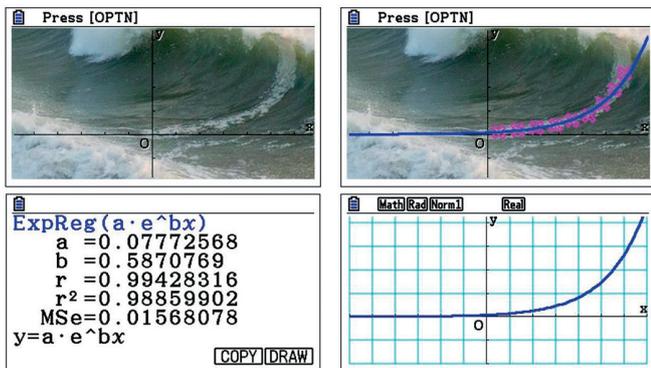


Figura 7. Imagens do trabalho “Exponencial marítima”

A EXPOSIÇÃO

A inauguração da exposição “Matemática em Leiria” foi agendada para o dia 16 de maio, no polivalente da ESALV, no entanto, a sua preparação começou logo em fevereiro. Durante o processo, surgiram inúmeros problemas, tendo sido o principal a colocação de um piano em frente ao espaço destinado à exposição. Não existindo um local onde se pudessem simplesmente afixar quarenta e três cartazes, foi necessário realizar experiências até encontrar uma solução. Tendo em conta o volume de trabalho e as resoluções a tomar, os alunos foram organizados em comissões de trabalho com objetivos específicos: organizar os cartazes no espaço; criar o título da exposição; comprar materiais; gerir a tesouraria; pedir autorizações; divulgar o evento na escola e nas redes sociais; convidar a imprensa; organizar a inauguração; montar a exposição. Outras tarefas foram-lhes atribuídas individualmente, como criar um logótipo, escrever um discurso e apresentar a inauguração. Foi-lhes ainda lançado o desafio para criarem um pequeno cartaz com um QR Code (que serviria para os visitantes comentarem a exposição no Instagram), sobre a forma de um concurso, em que seria escolhido o trabalho mais votado.



Figura 8. Inauguração da exposição “Matemática em Leiria”

A montagem da exposição decorreu no dia 15 de maio (dia “livre” dos alunos), durante 8 horas. No dia seguinte, foi inaugurada a exposição, na presença da Diretora da ESALV, Prof.^a Celeste Frazão, e da Coordenadora Educacional da CASIO Portugal,

Dr.^a Ana Margarida Dias. Após os discursos de abertura e antes de um lanche-convívio, a comissão organizadora preparou um momento cultural, que teve início com uma atuação de dança contemporânea da escola Staccato. A seguir, o piano, que meses antes tinha criado problemas, foi usado por alunos da escola para tocarem a peça “Cânone”, de Johann Pachelbel.

Nos dias seguintes, a exposição foi amplamente visitada e elogiada por discentes, docentes, auxiliares educativos e visitantes externos à Escola, assim como divulgada na imprensa, nomeadamente no *Diário de Leiria*, no *Jornal de Leiria* e no *Região de Leiria*.

CONCLUSÃO

No final do projeto, foi bem perceptível o orgulho dos alunos com o resultado final alcançado, uma vez que tomaram consciência de que o seu trabalho contribuiu para a construção de uma exposição de grandes dimensões sobre matemática.

Muitas vezes, opõe-se a realização de projetos à preparação para os exames nacionais, contudo, esta experiência demonstra que é possível conciliar os dois. Com efeito, o trabalho de projeto traz benefícios, tanto para os alunos como para o docente, ao traduzir-se num maior envolvimento destes na disciplina. É um compromisso assumido, desde o início até ao fim, em que dependemos todos uns dos outros. É uma oportunidade para os alunos serem criativos e associarem a matemática ao que mais gostam de fazer. É a possibilidade de os discentes mostrarem ao professor que possuem muitas mais competências do que aquelas que são habitualmente solicitadas.

Por último, partilhamos as palavras de uma das alunas envolvidas: “Gostei muito de participar neste projeto, uma vez que contribuiu para o desenvolvimento de competências diversificadas, permitiu estimular o espírito de trabalho de equipa, bem como promover a persistência e a criatividade. Além disso, permitiu reforçar, de forma dinâmica, os conhecimentos que adquirimos ao longo de vários anos de escola, assim como ficar com uma perspetiva diferente relativa a tudo aquilo que nos rodeia. Só tenho pena de não ter participado neste tipo de projeto nos outros anos.”

Referências

- Grupo de trabalho de Matemática (2020). *Recomendações para a melhoria das aprendizagens dos alunos em matemática*. Obtido de http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Estudos_Relatorios/gtm_27_03_2020_relatorio_final.pdf.
- Marques, M. (2015). Atividade – Parque eólico, *Casio News*, nº 15, p. 3-9. Obtido de https://casio-calculadoras.com/wp-content/uploads/2023/03/CASIO_NEWS_N15_2015.pdf.
- Marques, M. (2014). Atividade – Aeroporto de Faro, *Casio News*, nº 13, p. 3-8. Obtido de https://casio-calculadoras.com/wp-content/uploads/2023/03/CASIO_NEWS_N13_2014.pdf.
- Almeida, D. (2012). Uma aula diferente – Relação entre arcos, *Casio News*, nº 6, p. 10-15. https://casio-calculadoras.com/wp-content/uploads/2023/03/CASIO_NEWS_N6_2012.pdf.

MANUEL MARQUES

(GRUPO DE TRABALHO CASIO+)

ESCOLA SECUNDÁRIA AFONSO LOPES VIEIRA – LEIRIA