O problema do trimestre

Sobre as respostas ao problema anterior

No trimestre anterior propusemos o seguinte problema:

"Temos 5 objectos de pesos diferentes que queremos dispor por ordem crescente de peso, utilizando apenas uma balança de pratos para os comparar 2 a 2.

Como devemos proceder para minimizar o número de pesagens e qual é esse número?"

Desta vez só nos chegaram duas respostas, duas! Onde estão os entusiastas da resolução de problemas? Que é feito deles?

Extinguiram-se? É impossível.

Não lêem a "Educação e Matemática"? É pouco provável.

Não gostam de escrever? Não acreditamos.

Então, porque esperam?

Apresentamos primeiro a resolução que nos foi enviada por Orlando Freitas, do Funchal. Apesar de ela não levar à melhor solução conhecida, tem a vantagem de introduzir um sistema fácil de organização de pesagens para qualquer número de objectos.

Em vez de pesos pensemos em números (que representaremos por letras maiúsculas), e em vez de balança pensemos na relação de ordem "menor que". Supomos que os números são todos diferentes.

Com 1 número (A) temos zero comparações.

Com 2 números (A,B) temos uma comparação.

A partir de agora vamos utilizar sempre o resultado anterior.

Com 3 números (A,B,C) precisámos de uma comparação para os dois primeiros números e necessitamos de mais duas para termos sempre a certeza. Com efeito, supondo $A<B$ e comparando C com A, se $A<C$ é preciso comparar também C com B. Logo, o total de comparações é, no máximo, $1+2=3$.

Com 4 números (A,B,C,D) e supondo ordenados os três primeiros, vão ser precisas mais duas comparações: primeiro D com B e depois com A ou C, em função do resultado da primeira comparação. O total de operações é então $1+2+2=5$.

Com 5 números (A,B,C,D,E) e além das cinco comparações necessárias para ordenar os quatro primeiros números, vão ser precisas mais três. Comparamos E com C. Se for menor, comparamos com B. Se ainda for menor comparamos com A. Claro que, se tivermos sorte, poupamos algumas comparações, mas no caso mais desfavorável vão ser precisas $1+2+2+3=8$ pesagens.

Seria esta a resposta do nosso problema.

Poder-se-ia contudo continuar. Cada novo número é comparado com o número do meio (ou um dos do meio) da série anterior já ordenada.

Com 6 números:
$1+2+2+3+3=11$ pesagens.

Com 7 números:
$1+2+2+3+3+3=14$.

Com 8 números:
$1+2+2+3+3+3+3=17$.

Com 9 números:
$1+2+2+3+3+3+3+4=21$.

No caso geral, para **n** objectos, o total de pesagens é dado por

$$\sum_{k=1}^{n} f(\log_2 k)$$

em que
$f(x) = x$, se x é um número natural
$f(x) =$ característica de $(x+1)$, se x não é natural.

Orlando Freitas enviou também a demonstração por indução da validade desta fórmula e um programa em

(continua na pg. 71)

Problema Proposto

UMA QUESTÃO DE DIVISIBILIDADE

Quantos números de nove algarismos são divisíveis por 11, admitindo que os algarismos são todos diferentes e nenhum deles é o zero?

curto prazo.

Noutra ordem de coisas, a autonomia que se reconhece expressamente a cada escola para adequar finalmente o currículo às suas próprias circunstâncias, juntamente com os novos conteúdos e metodologias propostas, requer das Administrações Educativas um esforço de sensibilização e formação dos professores, paralelo a uma melhor condição docente com todas as suas implicações económicas, laborais e sociais.

No que respeita à Formação de Professores multiplicaram-se nos Centros de Professores os cursos "de impacto" em volta do novo currículo, com uma duração variável (de 60 a 100 horas), que incluem o planeamento e a concretização na aula de experiências inovadoras. Além de cursos específicos de cada matéria, oferecem-se outros sobre Novas Tecnologias, Coeducação, Orientação Escolar, etc. Este modelo de formação, se bem que seja o mais frequente, é criticado por outros sectores implicados, que desenvolvem programas de formação de equipas docentes na própria escola. Uma decisão infeliz do Ministério de Educação foi a de não integrar uma parte importante da formação dentro do horário laboral, tendo que realizar-se de forma voluntária (ainda que por vezes remunerada) em períodos não lectivos. A Federação Espanhola de Sociedades de Professores de Matemática assinará proximamente um acordo de cooperação com o Ministério, no qual este se compromete a colaborar financeiramente nas actividades que organize e a "facilitar, na medida do possível" a participação dos professores.

Actualmente, os Sindicatos e as Administrações Educativas estão a discutir o papel que a formação permanente vai desempenhar na carreira profissional dos professores, traduzida em promoções salariais períodicas e na adquisição de maiores níveis de qualificação.

Nestes momentos de mudança de conteúdos e metodologias, é imprescindível que os professores disponham de bons materiais de trabalho na aula. Em Espanha, conhecemos há já algum tempo diversos materiais e Projectos Curriculares de Matemática estrangeiros, entre eles o Projecto português MAT789, e também dispomos de excelentes produções próprias, mas há que reconhecer que só uma minoria de professores os utiliza quotidianamente. Recentemente, as diversas Administrações Educativas encomendaram a produção de materiais e projectos que desenvolvam o novo currículo a vários dos grupos de trabalho mais prestigiados na inovação da Matemática, e comprometeram-se a colaborar na sua difusão massiva às escolas. Está-se também a prestar atenção ao desenvolvimento de materiais manipulativos, audiovisuais e informáticos.

Para terminar

Desta apressada incursão pela Reforma Educativa espanhola depreende-se que o processo que seguimos não foi o melhor que era possível, nem os resultados foram óptimos, nem o panorama que temos diante de nós é fácil. Provavelmente, muitas das expectativas ficam-se por isso mesmo, expectativas. Mas o que é certo é que nós, professores e professoras de Matemática, teremos melhores oportunidades para desenvolver uma prática eficaz e satisfatória e, o que é mais importante, poderemos oferecer aos nossos alunos uma educação matemática que esteja de acordo com o seu futuro papel de cidadãos e cidadãs de uma sociedade desenvolvida e democrática.

María Jesús Luelmo
Professora do Ensino Secundário,
Vice-Presidente da Sociedade Madrilena de Professores de Matemática,
membro da equipa redactora
do *Desenho Curricular Base*

Tradução de Florbela Cunha
Revisão de Paulo Abrantes

Vamos estimar *(continuação da pag. 45)*

que seguiram uma sequência paralela à que apresentámos sobre a grandeza comprimento. O mesmo processo foi seguido para outras grandezas estudadas como o peso (massa), a capacidade e a amplitude de ângulos.

As actividades de construção, investigação, medição e estimação entusiasmaram os nossos alunos. Não podemos dizer que foram aulas silenciosas... Foram aulas vivas, em que todos os alunos participaram e em que bons e maus alunos não se diferenciaram.

Como já foi dito, estávamos conscientes de que as atitudes não se transformariam, como por encanto, de um momento para o outro. Assim, um franzir de sobrolho ou um pequeno comentário como "isto não pode ser!", da parte de um ou de outro aluno, quando embrenhados nas situações que propondo, foram suficientes para nos sentirmos gratificadas por termos iniciado este trabalho que, evidentemente, terá que ser continuado.

Mª J. Bóia, E.C+S Roque Gameiro
Mª J. Oliveira, E.C+S Franc. Arruda

Respostas ao problema anterior... *(continuação da pag. 59)*

TurboPascal para a ordenação de números em que se aplica o raciocínio seguido para a resolução deste problema.

No livro "Mathematical Bafflers", uma recolha de problemas feita por Angela Dunn e editado por Dover Publications (1980, New York), aparece uma solução deste problema em que apenas se necessita de sete pesagens. Chama-se contudo a atenção de que este deve ser o número mínimo embora isso não tenha sido demonstrado.

Compara-se A com B e C com D. Depois comparam-se as duas mais pesadas. Sem perda de generalidade, podemos supor que A é mais pesado que B e C, com C mais pesado que D. Já fizemos três pesagens. Comparemos E com C (4º pesagem). Suponhamos que E é mais pesado que C (se E for mais leve, o processo a seguir é semelhante). Comparemos E com A (5ª pesagem). Se E for mais leve que A, comparamos B com C (6ª) e depois B com E ou B com D (7ª), conforme B for mais pesada ou mais leve que C. Se E for mais pesada que A, comparamos B com C e, se necessário, com D, completando assim a ordenação com 7 (ou 6) pesagens.

José Paulo Viana, E.S. Marquês de Pombal