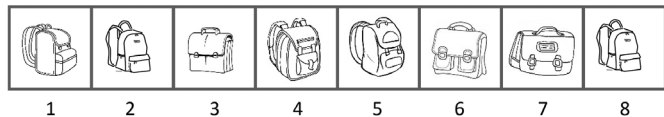


Pastas e Mochilas

Os oito alunos que fazem parte do Clube de Matemática transportam os seus materiais numa pasta ou numa mochila, que arrumam no respetivo cacifo, conforme se vê na figura.

- O cacifo da Eva está encostado aos da Inês e da Laura.



- Os cacifos ao lado do cacifo do David pertencem à Petra e ao Zé.
- O tipo de objeto (pasta ou mochila) que o António tem é diferente quer do da Eva quer do do Mateus.
- O António usa pasta ou mochila? E qual é o cacifo dele?

(Respostas até 13 de setembro, para zepaulo46@gmail.com)

POUPANÇA PARA AS FÉRIAS

O problema proposto no número 162 de *Educação e Matemática* foi o seguinte:

Para o primeiro dia do ano de 2022, um sábado, a Susana decidiu começar a fazer economias para as próximas férias, guardando no seu mealheiro apenas moedas de um euro e notas de 5.

No primeiro sábado meteu lá um euro e em cada sábado seguinte irá pondo sempre mais um euro do que no anterior, tendo o cuidado de inserir o mínimo de moedas possível. Por exemplo, no 13.º sábado colocará duas notas de cinco e três moedas.

A Susana vai parar quando, no mealheiro e pela primeira vez, o número de notas for igual ao de moedas.

Em que dia vai isso acontecer e quantos euros terá o mealheiro?

Recebemos 27 respostas: Adelina Precatado (Amadora), Alberto Canelas (Queluz), Alice Martins (Torres Novas), Carlos Dias (Silveira), Catarina Ferreira (Viseu), Cláudio Almeida, Daniel Ferreira (Espinho), Dinis Viana (Coimbra), Eduardo Oliveira (Guimarães), Francisca Cardoso, Frederico Freitas (Guimarães), Guilherme Salvador (Torres Novas), Joana Mateus, Laura Kahle (Lisboa), Leonor Maia (Coimbra), Letícia Martins (Guimarães), Lina Brunheira (Lisboa), Marina (Coimbra), Mário Roque (Guimarães), Pedro Bento (Torres Novas), Pedro Ribeiro (Coimbra), Pedrosa Santos (Caldas da Rainha), Rafael Lopes (Coimbra), Susana Dias (Torres Novas), e ainda estas resoluções em grupo: Inês, Eva & Lourenço (Coimbra); Laurinha, António & Mateus (Coimbra); Petra, David & Zé Guilherme (Coimbra)

O método utilizado pela grande maioria destes leitores foi ir construindo uma tabela onde, para cada semana, se indica o número de moedas e de notas introduzidas e os respetivos totais. Como diz Mário Roque *“Uma confissão: a minha abordagem inicial a este problema foi utilizar uma folha de cálculo... mais ou menos manual!”*

Ao que Carlos Dias acrescenta: *Creio que neste tipo de problema a dificuldade não será tanto encontrar a solução, mas antes encontrar uma via minimamente elegante de lá chegar.*

Laura Kahle começou por recorrer a um gráfico para ir calculando e registando as quantidades de moedas e notas, ver quando essas quantidades eram iguais e dar a resposta. Mas não parou e foi enviando sucessivos comentários pela internet: *“Normalmente há uma solução em que se tem mais de pensar do que passar muito tempo a desenhar um gráfico”*; *“Tem de existir uma solução mais eficiente”*; *“Um programa de Python fazia isso rapidamente”*. Algum tempo depois: *“Já tenho um código funcional”* e enviou o programa e o resultado deste.

Escrever um programa (em Python ou noutra linguagem) foi o método usado também por Dinis, Adelina e Daniel (que não se ficou por aqui).

Chegaram várias resoluções analíticas, propostas por Letícia, Daniel, Mário, Alberto (dois processos diferentes) e Guilherme. Demos a palavra a este último leitor:

Ao analisar o problema percebemos que a cada 5 dias são adicionadas 10 moedas ao mealheiro. Para além disso, a cada 5 dias passados, são adicionadas mais 5 notas que nos 5 dias anteriores. Exemplificando, entre os dias 1 e 5 são adicionadas 10 moedas e 1 nota enquanto entre os dias 6 e 10 são adicionadas 10 moedas e 6 notas.

Portanto, o número de moedas e notas adicionadas a cada intervalo n de 5 dias é dado por:

$$\text{Moedas} = 10; \text{Notas} = 5(n - 1) + 1 = 5n - 4$$

Assim, podemos obter a expressão do número total M de moedas e N de notas ao fim de cada período de 5 dias:

$$M = 10n$$

$$N = \frac{1 + (5n - 4)}{2} \times n = \frac{5n^2 - 3n}{2} \quad (\text{soma de } n \text{ primeiros termos de progressão aritmética})$$

De seguida obtemos o valor para o qual estas funções se interseam:

$$10n = \frac{5n^2 - 3n}{2} \Leftrightarrow n = 0 \vee n = 4,6$$

Podemos concluir que o dia esperado ocorrerá entre os sábados 20 e 25. Testando, encontramos a solução:

23.º sábado, dia 4 de junho, com 46 notas e 46 moedas, num total de 276€.

Vários leitores assinalaram que, no sábado seguinte, o 24.º, se acrescentariam 4 notas e 4 moedas e voltaria a haver igualdade do número de notas e de moedas (50 de cada). A partir daí o número de notas seria sempre superior ao número de moedas.

Muitas vezes é possível ir mais longe e propor prolongamentos ou generalizações. Houve quem o tivesse feito (apresentado a respetiva resolução).

Daniel Ferreira: *Suponhamos que, em vez de moedas de 1 euro e notas de 5 euros, a Susana tinha moedas de 1 euro e notas de k euros, com k natural maior do que 1. Ao fim de quantos sábados o número de moedas e de notas será igual?*

Alberto Canelas:

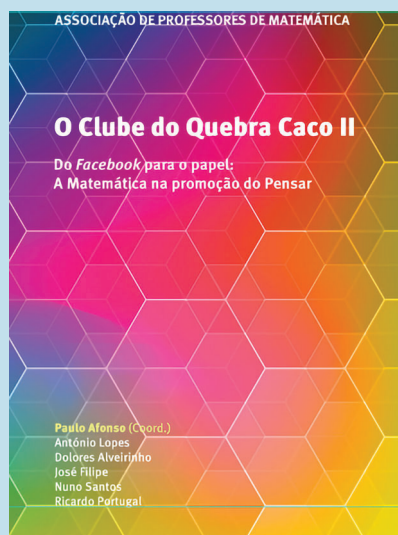
1) *A Susana vai usar também notas de 10 €, mantendo as moedas de 1 € e as notas de 5 €, mas o número de moedas de 1 € deveria ser o mínimo possível e o de notas de 10 € ser o máximo possível. Em que dia o número de moedas de 1€ seria pela primeira*

vez igual ao número de notas de 10 € e quantos euros teria o mealheiro?

2) *Queremos que o número de notas de 5 euros seja um múltiplo k do número de moedas de 1 €, ou seja, $N = k \times M$.*

Para este último caso, o Alberto dá mesmo um exemplo. *Por curiosidade, para $k = 100$, será no 2003º sábado, o número de moedas de 1 € será de 4006, o número de notas de 5 € será de 400 600, a quantia no mealheiro será de 2 007 006 euros e isto acontecerá num dia (não investiguei qual) do ano 2060 caso a Susana ainda for viva.*

PUBLICIDADE APM



O Clube do Quebra Caco II — Do Facebook para o papel: A Matemática na promoção do Pensar, recolhe as mais recentes propostas do Clube do Quebra Caco, um grupo de professores de Matemática de Castelo Branco que anima uma página do FB com desafios matemáticos. Depois do primeiro volume, saído em finais de 2020, temos agora a sua continuação.

AGENDA DO PROFESSOR 2022/2023

Depois do ProfMat 2019, agora, em circunstâncias bem diferentes, em casa de e na escola de cada um, vimos de novo ao vosso encontro, fazendo presente esta região no vosso quotidiano através da Agenda da APM. Renovamos deste modo o convite a (re)visitar-nos, quer ao longo do ano através dos desafios que vos propomos, e que acompanham variadas realidades da nossa região, quer abrindo portas à vossa curiosidade e interesse em visitar-nos presencialmente. Este é um convite que estamos certos não será defraudado, pois a hospitalidade, como muitos já puderam comprovar, é uma característica que nos assiste!...

O Núcleo Regional da APM em Castelo Branco

