

Vamos estimar

Maria José Bóia
Maria José Correia de Oliveira

O relato que faremos a seguir, sobre o tema da estimação, pretende reflectir o trabalho realizado nas escolas C+S Francisco Arruda (Lisboa) e Roque Gameiro (Amadora), durante os anos lectivos de 1989/90 e 1990/91, em quatro turmas, no âmbito da pré-testagem dos novos programas de Matemática do 2º Ciclo de Ensino Básico.

No nosso dia a dia, muitas são as situações em que é preciso fazer apelo capacidade de estimar. Se, por exemplo, pretendemos indicar o caminho a alguém que nos pede uma informação na rua, convém ser capaz de, com certo rigor, **estimar a distância** a que está um determinado ponto de referência, pois, se assim não for, arriscamo-nos a enganar o nosso interlocutor; se nos encontramos num supermercado com uma certa quantia de dinheiro na algibeira, convém ir **estimando a soma** dos gastos com as nossas compras, antes de chegarmos à caixa, para não depararmos com a situação embaraçosa de não termos dinheiro suficiente para pagar a conta; se pretendemos ter uma ideia do número de pessoas que está presente numa assembleia, também é útil ser capaz de **estimar** esse **número**, etc, etc.

Ao reflectirmos sobre situações deste tipo, não podemos deixar de considerar a capacidade de estimar de grande utilidade e o hábito de estimar um bom contributo no desenvolvimento do espírito crítico do indivíduo. Estas razões são mais do que suficientes para acharmos que o tema "estimação" merece um lugar de destaque nas aulas de Matemática, mas o facto de aparecer referido nos novos programas e ser um assunto novo que os professores vão ter que explorar com os seus alunos, foi a principal razão que nos levou a considerar oportuno relatar a nossa experiência neste campo, com os alunos do 2º Ciclo.

Tendo como pressupostos que a capacidade de estimar, tal como qualquer outra capacidade, não se adquire de um momento para o outro, mas sim que se vai desenvolvendo lentamente ao longo do tempo e que o hábito de estimar, tal como qualquer outro hábito, também

não se adquire por se viver, de quando em quando, uma experiência de estimação, organizámos propostas de trabalho diversificadas que foram apresentadas em momentos e contextos diferentes, mas com bastante frequência. Assim, ao longo dos dois anos, sempre que foi abordado o estudo de uma grandeza, ou que o estudo de uma operação estava mais em destaque, houve **momentos especialmente dedicados à estimação**. O nosso trabalho foi essencialmente programado com as seguintes intenções:

- desenvolver no aluno a capacidade de estimar medidas de grandeza e o sentido crítico, relativamente a situações que envolvessem grandezas;

- desenvolver no aluno a capacidade de estimar resultados de operações e o sentido crítico, especialmente em relação a resultados obtidos com a calculadora, uma vez que esta passou a fazer parte do material de uso corrente do aluno.

Parece-nos importante dizer que as actividades desenvolvidas numa perspectiva e noutra não foram tratadas como blocos estanques. Antes pelo contrário, actividades de estimação de grandezas foram intercaladas com actividades de natureza diferente ou com actividades de estimação de resultados de operações e houve mesmo tentativas de interpenetração dos vários tipos de actividades. Neste artigo, a descrição da nossa experiência incidirá apenas sobre a estimação de medidas de grandezas.

Estimação de medidas de grandezas

Não podemos esperar que os alunos possam estimar medidas de grandezas

sem que previamente tenham conhecimento de padrões que lhes permitam fazer comparações. Há portanto pré-requisitos necessários que não podem ser ignorados. Assim, antes de serem apresentadas actividades de estimação, foram propostas actividades de **manipulação e construção** das unidades de medida normalmente utilizadas, pequenas tarefas de **investigação** e actividades de **medição** que propiciassem o conhecimento das unidades de medida e das medidas de objectos familiares. Apresentamos seguidamente uma sequência de sete actividades em torno da grandeza comprimento, sequência esta que se desenrola em duas fases: a primeira com actividades do tipo das que mencionamos anteriormente (actividades 1, 2, 3 e 4) e a segunda com actividades de estimação (actividades 5 e 6).

Actividade 1

VAMOS CONSTRUIR UNIDADES DE MEDIDA DE COMPRIMENTO

Material: Fita métrica; 1 cordel; 1 marcador; tesoura; envelope

- * Mede um metro de cordel e corta-o. Construíste um metro linear.
- * Com ajuda da fita métrica, divide o teu metro em 10 partes iguais, assinalando-as com um marcador. Cada uma dessas partes é um decímetro.
- * Divide agora o primeiro decímetro do teu metro em 10 partes iguais. Cada uma dessas partes é um centímetro.
- * Quantos decímetros cabem num metro?
- * Quantos centímetros cabem num metro?
- * Quantos metros seriam necessários para construir um decâmetro?
- * Se todos os alunos do 5º ano, da tua escola, construissem o seu metro, haveria metros suficientes para construir um quilómetro?
- * Enrola o teu metro e guarda-o no dossier, dentro do envelope.

(Ficha A1)

A construção de algumas unidades de medida do sistema métrico, como se propõe na ficha A1, pareceu-nos um processo eficaz para os alunos recordarem as unidades de comprimento, pois constatámos que, embora a maioria dos alunos conhecesse as designações das unidades de comprimento e fosse capaz de referir um comprimento expresso em unidades diferentes com alguma destreza, isso acontecia de uma forma mecânica, o que de nada lhes serviria para mais tarde poderem estimar. Raros eram os alunos que tinham a noção correcta do comprimento das unidades do sistema métrico. Por exemplo, ao pedirmos aos alunos para colocarem as mãos à distância de um metro uma da outra, observámos casos muito díspares, indicando em geral distâncias inferiores à pedida, acontecendo mesmo alunos que colocaram as mãos separadas por distâncias da ordem dos 30 a 40 centímetros.

Actividade 2

Para consolidar o conhecimento das unidades de medida de comprimento, foram apresentados exercícios em que o aluno

escolhia a unidade adequada e exercícios de escolha múltipla, como no exemplo da ficha A2:

1 Indica a unidade de comprimento que escolherias para referires:

- a distância entre Lisboa e Porto
- as dimensões de um campo de futebol
- as dimensões de uma piscina olímpica
- o comprimento e a largura de uma folha A4
- a espessura do teu livro
- o diâmetro de uma mina de lápis

2 Para cada objecto, qual dos três comprimentos representados te parece mais indicado?

comprimento de um cinto (em cm)	1,1	11	110
espessura de um vidro (em mm)	0,3	3	30
distância da Terra ao Sol (em km)	150 000	1500	150 000 000
comprimento de um atacador (em cm)	0,65	6,5	65
altitude de uma montanha (em m)	20	2000	2

(Ficha A2)

Actividade 3

Trabalho para casa : VAMOS INVESTIGAR

Investiga:

- a altura da tua mesa de trabalho
- o comprimento de um lápis novo
- a espessura do teu livro de Português
- o comprimento do teu automóvel preferido
- as dimensões de uma baliza de futebol
- a altura a que está colocado o cesto de basquete
- o comprimento da tua rua
- outros comprimentos à tua escolha

(Ficha A3)

Esta actividade foi proposta com a intenção de dotar o aluno do conhecimento das medidas de objectos familiares que lhe sirvam posteriormente de referência para poderem estimar. Foi uma actividade em que os alunos participaram com entusiasmo, tendo obtido as medidas pedidas recorrendo à medição, quando possível, à informação junto de outras pessoas ou ainda à consulta de documentos escritos.

Actividade 4

O conhecimento das medidas do próprio corpo é também uma excelente referência para poder estimar, e a actividade de medição que lhe está implícita é mais uma oportunidade que os alunos têm para manipularem a fita métrica e consolidarem o seu conhecimento sobre as unidades de comprimento. Relativamente à actividade que foi proposta, os alunos gostaram de a realizar e o facto da medida da envergadura de uma pessoa ser muito próxima da medida da sua altura constituiu uma novidade.

de e um motivo de interesse para a grande maioria dos alunos.

Neste momento, com padrões de referência adquiridos, considerámos que os alunos tinham já condições serem lançados na estimação de comprimentos e realizarem actividades como as actividades 5 e 6 que a seguir apresentamos, constituindo a segunda fase da sequência de trabalho neste tema.

os que, afastando um pouco os objectos, os mediam “com os olhos” imaginando as unidades de medida e a sua repetição. Enquanto isto, ouviam-se na sala os números encontrados lançados com entusiasmo. O entusiasmo dos mais activos alegrava os mais tímidos que também davam o seu palpite.

VAMO-NOS MEDIR

Material: Fita métrica

Com ajuda de um colega tira as tuas medidas e regista-as em seguida.
Atenção! Verifica se o zero da escala coincide com o ponto onde começa a medir.

ALTURA

- Encosta-te bem à parede e pede ao teu colega para pousar um livro na tua cabeça, de encontro à parede.
- Sai devagarinho para que o teu colega não desloque o livro.
- Pega na fita métrica e mede, na parede, a distância que vai do livro ao chão.

ENVERGADURA

- Encosta-te à parede e levanta os braços à altura dos ombros.
- Pede ao teu colega para marcar o sítio onde chegam os teus dedos médios.
- Desencosta-te da parede e pega na fita métrica para medires a distância entre as marcas feitas.

PALMO, PÉ E PASSO

- Descobre a maneira de tirares essas medidas com precisão.

ATENÇÃO! Não te esqueças que estás a crescer...e, por isso, deves manter as tuas medidas actualizadas.

(Ficha A4)

Actividade 5

VAMOS ESTIMAR

- Estima primeiro, mede depois.
- Verifica se fizeste uma boa estimativa.
- Confronta as tuas estimativas com as dos teus colegas de grupo.
- Confronta os processos que usaste com os dos teus colegas.

	Valor estimado	Valor medido
altura da porta da sala de aula		
largura da porta da sala de aula		
largura da sala de aula		
altura do dossier de Matemática		
comprimento do teu lápis		
espessura da tua borracha		
comprimento da tua mesa		

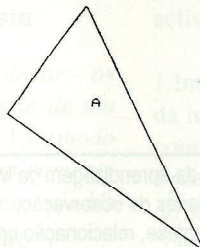
(Ficha A5)

Durante esta actividade (ficha A5) os alunos tiveram atitudes diversificadas. Alguns levantavam-se do seu lugar e punham-se de pé lado a lado com a porta da sala, ou abriam os braços à sua frente comparando os comprimentos; outros davam passadas de um lado ao outro da sala; outros havia também que mediam a palmo o comprimento da mesa e ainda

Actividade 6

VAMOS ESTIMAR E CALCULAR PERÍMETROS

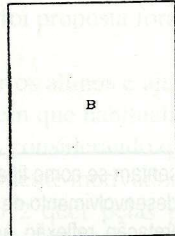
- * Estima o perímetro de cada uma das figuras.
- * Mede e calcula cada um desses perímetros.
- * Verifica se os valores calculados são próximos dos valores que estimaste.



A

estima ...

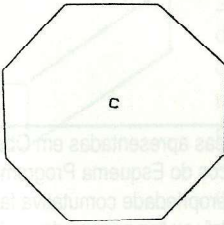
calcula ...



B

estima ...

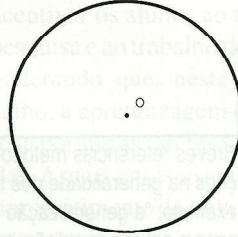
calcula ...



C

estima ...

calcula ...



estima ...

calcula ...

(Ficha A6)

Relativamente a esta última actividade, nas três figuras A, B e C, os alunos, utilizaram como medida um centímetro estimado, marcaram esse “centímetro”, com o dedo ou com o lápis, ao longo da fronteira das figuras e contaram quantas vezes essa unidade se repetia. No caso do círculo, bastou estimarem o comprimento do diâmetro e multiplicar por 3. Evidenciaram-se os alunos que pouparam esforços estimando apenas o comprimento de metade do perímetro e multiplicaram por 2, no caso do rectângulo, e os que, no caso do octógono, estimaram o comprimento do lado e o multiplicaram por 8.

Considerações finais

O conhecimento das unidades de comprimento serviu de base para a construção das unidades de medida de área e de volume. Em torno destas grandezas fizeram-se actividades

(continua na pág. 71)

curto prazo.

Noutra ordem de coisas, a autonomia que se reconhece expressamente a cada escola para adequar finalmente o currículo às suas próprias circunstâncias, juntamente com os novos conteúdos e metodologias propostas, requer das Administrações Educativas um esforço de sensibilização e formação dos professores, paralelo a uma melhor condição docente com todas as suas implicações económicas, laborais e sociais.

No que respeita à Formação de Professores multiplicaram-se nos Centros de Professores os cursos "de impacto" em volta do novo currículo, com uma duração variável (de 60 a 100 horas), que incluem o planeamento e a concretização na aula de experiências inovadoras. Além de cursos específicos de cada matéria, oferecem-se outros sobre Novas Tecnologias, Coeducação, Orientação Escolar, etc. Este modelo de formação, se bem que seja o mais frequente, é criticado por outros sectores implicados, que desenvolvem programas de formação de equipas docentes na própria escola. Uma decisão infeliz do Ministério de Educação foi a de não integrar uma parte importante da formação dentro do horário laboral, tendo que realizar-se de forma voluntária (ainda que por vezes remunerada) em períodos não lectivos. A Fede-

ração Espanhola de Sociedades de Professores de Matemática assinará proximoamente um acordo de cooperação com o Ministério, no qual este se compromete a colaborar financeiramente nas actividades que organize e a "facilitar, na medida do possível" a participação dos professores.

Actualmente, os Sindicatos e as Administrações Educativas estão a discutir o papel que a formação permanente vai desempenhar na carreira profissional dos professores, traduzida em promoções salariais periódicas e na aquisição de maiores níveis de qualificação.

Nestes momentos de mudança de conteúdos e metodologias, é imprescindível que os professores disponham de bons materiais de trabalho na aula. Em Espanha, conhecemos há já algum tempo diversos materiais e Projectos Curriculares de Matemática estrangeiros, entre eles o Projecto português MAT789, e também dispomos de excelentes produções próprias, mas há que reconhecer que só uma minoria de professores os utiliza quotidianamente. Recentemente, as diversas Administrações Educativas encomendaram a produção de materiais e projectos que desenvolvam o novo currículo a vários dos grupos de trabalho mais prestigiados na inovação da Matemática, e comprometeram-se a colabo-

rar na sua difusão massiva às escolas. Está-se também a prestar atenção ao desenvolvimento de materiais manipulativos, audiovisuais e informáticos.

Para terminar

Desta apressada incursão pela Reforma Educativa espanhola depreende-se que o processo que seguimos não foi o melhor que era possível, nem os resultados foram óptimos, nem o panorama que temos diante de nós é fácil. Provavelmente, muitas das expectativas ficam-se por isso mesmo, expectativas. Mas o que é certo é que nós, professores e professoras de Matemática, teremos melhores oportunidades para desenvolver uma prática eficaz e satisfatória e, o que é mais importante, poderemos oferecer aos nossos alunos uma educação matemática que esteja de acordo com o seu futuro papel de cidadãos e cidadãs de uma sociedade desenvolvida e democrática.

María Jesús Luelmo
Professora do Ensino Secundário,
Vice-Presidente da Sociedade Madrileña de Professores de Matemática,
membro da equipa redactora do *Desenho Curricular Base*

Tradução de Florbela Cunha
Revisão de Paulo Abrantes

Vamos estimar *(continuação da pag. 45)*

que seguiram uma sequência paralela à que apresentámos sobre a grandeza comprimento. O mesmo processo foi seguido para outras grandezas estudadas como o peso (massa), a capacidade e a amplitude de ângulos.

As actividades de construção, investigação, medição e estimação entusiasmaram os nossos alunos. Não podemos dizer que foram aulas silenciosas... Foram aulas vivas, em que todos os alunos participaram e em que bons e maus alunos não se diferenciaram.

Como já foi dito, estávamos conscientes de que as atitudes não se transformariam, como por encanto, de um momento para o outro. Assim, um franzir de sobrolho ou um pequeno comentário como "isto não pode ser!", da parte de um ou de outro aluno, quando embrenhados nas situações que propondo, foram suficientes para nos sentirmos gratificadas por termos iniciado este trabalho que, evidentemente, terá que ser continuado.

M^a J. Bóia, E.C+S Roque Gameiro
M^a J. Oliveira, E.C+S Franc. Arruda

Respostas ao problema anterior...

(continuação da pag. 59)

TurboPascal para a ordenação de números em que se aplica o raciocínio seguido para a resolução deste problema.

No livro "Mathematical Bafflers", uma recolha de problemas feita por Angela Dunn e editado por Dover Publications (1980, New York), aparece uma solução deste problema em que apenas se necessita de sete pesagens. Chama-se contudo a atenção de que este deve ser o número mínimo embora isso não tenha sido demonstrado.

Compara-se A com B e C com D. Depois comparam-se as duas mais pesadas. Sem perda de generalidade, podemos supor que A é mais pesado que B e C, com C mais pesado que D. Já fizemos três pesagens. Comparemos E com C (4^o pesagem). Suponhamos que E é mais pesado que C (se E for mais leve, o processo a seguir é semelhante). Comparemos E com A (5^a pesagem). Se E for mais leve que A, comparamos B com C (6^a) e depois B com E ou B com D (7^a), conforme B for mais pesada ou mais leve que C. Se E for mais pesada que A, comparamos B com C e, se necessário, com D, completando assim a ordenação com 7 (ou 6) pesagens.

José Paulo Viana, E.S. Marquês de Pombal