

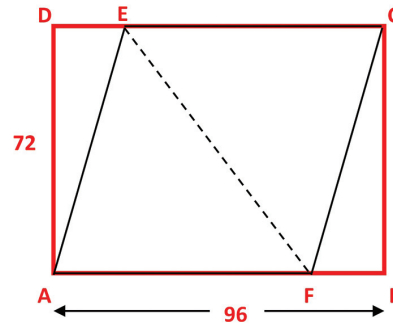
## UM LOSANGO NO RETÂNGULO

Os lados do retângulo ABCD medem 72 e 96 mm, respectivamente.

O polígono AFCE é um losango.

Qual é a medida da diagonal EF do losango?

Respostas até 31 de dezembro, para [zepaulo46@gmail.com](mailto:zepaulo46@gmail.com)



## COINCIDÊNCIAS MÚLTIPLAS

Foi este o problema proposto no número 159 da *Educação e Matemática*:

*A Fátima e a sua neta Matilde fazem anos no mesmo dia. Este ano, quando festejarem os seus aniversários, vai ser a sexta vez consecutiva que a idade da Fátima é múltipla da idade da Matilde.*

*Quantas velas vai ter o bolo da Fátima?*

Recebemos 14 respostas, dez delas individuais: Alberto Canelas (Queluz), Alice Martins (Torres Novas), Carla Faria (Guimarães), Carlos Dias (Silveira), Daniel Ferreira (Espinho), Diego Rodrigues (Torres Novas), Letícia Martins (Guimarães), Mário Roque (Guimarães), Martim Correia (Alcácer do Sal), Pedrosa Santos (Caldas da Rainha); e quatro feitas em grupo: Ana Marques, Eduardo Oliveira & Joana Ribeiro (Guimarães), Ana Beatriz Ferreira & Francisco Peixoto (Guimarães), Frederico Freitas & Francisca Cunha (Guimarães), Pedro & José Ribeiro (Porto).

Todos chegaram à solução, mas seguindo vários processos (alguns deles simplesmente por tentativas).

Começamos pela resolução do Daniel:

*Seja  $m$  a idade atual da Matilde e  $d$  a diferença de idades da Fátima e da Matilde. As expressões para o número de anos completos que cada uma atinge ao longo dos 6 anos estão apresentadas na tabela:*

	Matilde	Fátima
Ano corrente	$m$	$m + d$
Há 1 ano	$m - 1$	$m - 1 + d$
Há 2 anos	$m - 2$	$m + d - 2$
Há 3 anos	$m - 3$	$m - 3 + d$
Há 4 anos	$m - 4$	$m - 4 + d$
Há 5 anos	$m - 5$	$m + d - 5$

*Para as idades serem múltiplas em 6 anos consecutivos,  $d$  é múltipla das idades da Matilde nesses 6 anos, como a seguir se mostra:*

– como  $m+d$  é múltiplo de  $m$ ,  $d$  é múltiplo de  $m$ ;

– como  $m-1+d$  é múltiplo de  $m-1$ ,  $d$  é múltiplo de  $m-1$ ;

– e assim sucessivamente.

Como  $m$ ,  $m-1$ ,  $m-2$ ,  $m-3$ ,  $m-4$  e  $m-5$  são números naturais, o valor mínimo que  $m$  pode tomar é 6, e o valor mínimo para  $d$  é  $m.c.(1,2,3,4,5,6) = 60$ . ( $d$  também poderia ser qualquer múltiplo natural de 60, mas não há registos na história moderna de mulheres que tenham sido avós com 120 anos ou mais, pelo que essas possibilidades são excluídas.)

Assim sendo, a Fátima fez 60 anos no ano em que a Matilde nasceu e a Matilde fará 6 anos no presente ano. Para valores de  $m$  maiores que 6, obter-se-iam valores de  $d$  demasiado grandes. Conclusão, o bolo da Fátima terá 66 velas.

A Alice e o Mário seguiram estratégias semelhantes. Demos a palavra ao Mário:

*Uma primeira constatação: na sequência dos seis números consecutivos que representam as idades da Fátima, de há seis anos a esta parte, existirá, no máximo, um número primo - o primeiro! Procurei então, dentro de idades "aceitáveis", tais sequências.*

1) Sequências com início num número primo. Há várias possíveis. Mas para que estes casos fossem solução do problema, a Matilde deveria ter feito 1 ano há seis anos e, logo, 5 no ano passado. Por isso, o quinto elemento da referida sequência deveria ser múltiplo de 5 (no contexto do problema, esse número realmente deveria terminar em 5 e o primeiro da sequência em 1...).

Fiquei, então, com apenas duas situações possíveis: 31,32,33,34,35,36 ou 61,62,63,64,65,66.

A primeira delas, que a própria Biologia poderia considerar improvável, foi matematicamente eliminada porque 34 não é múltiplo de 4. A segunda mostrou ser (uma...) solução do problema: 61,62,63,64,65,66 são múltiplos de 1,2,3,4,5,6!

2) Sequências sem qualquer número primo. Existem apenas duas "aceitáveis": 90,91,92,93,94,95 ou 91,92,93,94,95,96. Ambas se

revelaram como não sendo soluções para o problema. Basta verificar, por exemplo, que  $91=7 \times 13$  e que 92 não é múltiplo de 8 nem de 14.

Assim sendo, podemos concluir que a Fátima terá 66 velas no seu aniversário!

O Alberto explorou todas as sequências de seis números em que o primeiro é primo e os seguintes não:

1) 23 a 28; 2) 31 a 36; 3) 47 a 52; 4) 53 a 58; 5) 61 a 66; 6) 73 a 78; 7) 83 a 88; 8) 89 a 94; 9) 113 a 118

Só a série 61 a 66 satisfaz as condições do problema.

A Letícia admitiu que a idade da Fátima teria de ser inferior a 122 anos (é a maior idade registada até hoje) e explorou exaustivamente as possibilidades para a idade que a Matilde fará, começando nos 6 anos. Apenas encontrou uma solução.

O Martim admitiu que a Matilde faria 6 anos:

Comecei pelo múltiplo de 6; sabia que tinha de ser par. O múltiplo de 5 podia ser par ou ímpar, mas como o múltiplo de 6 tinha de ser par, o múltiplo de 5 tinha de ser ímpar. Assim já tinha eliminado metade dos múltiplos de 5. Sabia também que o múltiplo de 4 tinha de ser par; e o de 3 ímpar (...). Tendo reduzido as hipóteses, procurei uma zona razoável da idade da avó. Cheguei à conclusão que as idades da avó seriam 61, 62, 63, 64, 65, 66.

Percebi ainda que a cada 60 anos o mesmo voltaria a acontecer, se a avó Fátima chegasse aos 126 anos.

Quería agradecer o problema e ressaltar que demorei menos que o meu pai (professor de matemática).

O Diego resolveu com muita rapidez porque pensou na idade das suas avós (66) e depois verificou que este número é múltiplo de 6, 65 é múltiplo de 5, 64 é múltiplo de 4, 63 é múltiplo de 3, 62 é múltiplo de 2 e 61 é múltiplo de 1.

### ERRATA

A pedido do autor José Paulo Viana, publicamos a seguinte informação:

Na revista Educação e Matemática nº 160, existe uma gralha na figura da página 12.

Onde está “ponto localizado a  $-40^\circ, 30^\circ$ ” deve estar “ponto localizado a  $40^\circ, -30^\circ$ ”.

PUBLICIDADE APM - 24.º ENCONTRO NACIONAL DE PROFESSORES - MATEMÁTICA NOS PRIMEIROS ANOS | PRÉ. 1.º E 2.º CICLOS



**EMPA 2021**

24.º ENCONTRO NACIONAL DE PROFESSORES

MATEMÁTICA NOS PRIMEIROS ANOS

PRÉ-ESCOLAR, 1.º E 2.º CICLOS

6 NOVEMBRO - ONLINE

ORGANIZAÇÃO



O 24.º Encontro Nacional de Professores (Pré, 1.º e 2.º ciclos) realiza-se no dia 6 de novembro de 2021 online em plataforma digital.

Este encontro destina-se a Educadores e Professores dos primeiros anos e contará com conferências, sessões práticas, um painel e simpósios de comunicações promotores de reflexão em torno da aprendizagem da Matemática.

Informações e inscrições em [www.apm.pt](http://www.apm.pt)