Sobre as distâncias à superfície da Terra

José Paulo Viana

Do último número da *Educação e Matemática* faz parte o artigo *Proposta do uso de tecnologias digitais no ensino da matemática: equações do 1.º grau para as séries finais do ensino fundamental,* de Daniel Amâncio e Daniel Sanzovo, onde se propunha aos alunos que calculassem a distância entre dois pontos da Terra. Fiquei logo com curiosidade porque encontrar as distâncias à superfície de uma esfera não é um problema nada fácil.

O mais curto caminho entre dois pontos da superfície esférica não é uma linha reta no sentido euclidiano do termo. Por exemplo, o segmento de reta que une Faro com Monção vai por baixo da superfície e, ali pelos lados de Abrantes, está a uma profundidade de 5,8 quilómetros. Na esfera, a "reta" que passa por dois pontos é o círculo máximo (ou talvez melhor, a "circunferência máxima") que tem centro no centro da Terra e que contém esses dois pontos. Logo, a distância entre os dois pontos é o comprimento do menor dos arcos desse círculo máximo.

Relembremos que, para definir uma localização à superfície da Terra, temos de considerar: os paralelos, que são circunferências paralelas ao equador e com centro no eixo da Terra (linha que une os dois polos); e os meridianos, que são círculos máximos que passam nos dois polos.

A posição de um ponto é definida por duas coordenadas: a *latitude*, que mede o "afastamento" em graus do paralelo em relação ao equador e varia entre -90° (Polo Sul) e +90° (Polo Norte); a *longitude*, que mede o arco do equador entre o meridiano de referência (ou primeiro meridiano) e o meridiano do local; pode variar entre -180° e +180°.

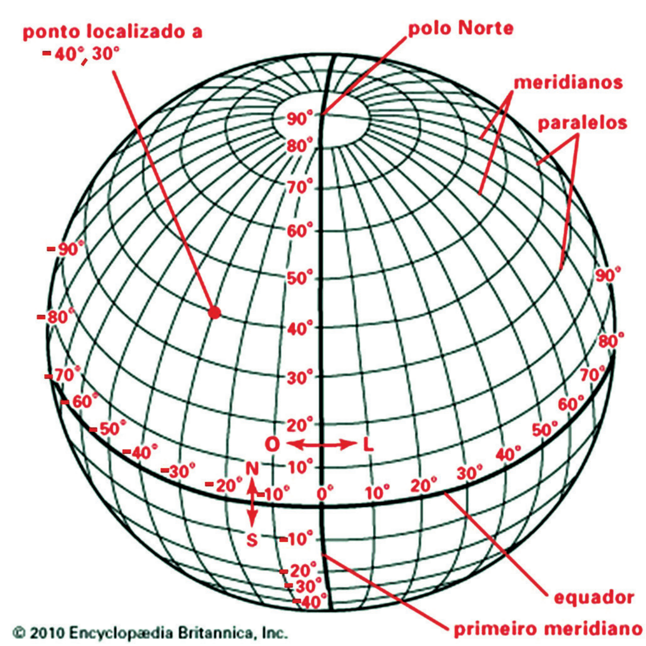
O cálculo da distância complica-se muito porque a esfera não é planificável e os paralelos não são círculos máximos. A fórmula mais utilizada para este cálculo é a de Haversine (ver caixa). Se olharem para ela percebem por que não vamos deduzi-la aqui.

Fórmula de Haversine

para a distância à superfície da Terra entre dois pontos de latitudes φ_1 e φ_2 e longitudes λ_1 e λ_1 (em radianos)

$$D = 2R\ arcsen\left(\sqrt{sen^2\left(\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right) + \cos(\varphi_1)\cos(\varphi_2) sen^2\left(\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2}\right)}\right)$$

em que R é o raio da Terra (≈6371 km)



No artigo atrás referido, é proposto que os alunos calculem a distância usando um referencial cartesiano, com as longitudes no eixo horizontal e as latitudes no vertical. As distorções introduzidas vão dar valores maiores que podem diferir muito da realidade. Estes só serão exatos se os dois pontos estiverem sobre o equador ou se tiverem a mesma longitude. No caso exemplificado no artigo, pedia-se a distância entre as cidades de Jacarezinho (Brasil) e Paris (França) e obtinha-se 9891 km, mas o valor real é 9531 km.

Usando o método ali exposto, quanto maior for a diferença entre as longitudes e quanto mais afastados do equador estiverem os pontos, maior vai ser o erro. Por exemplo, para a distância Lisboa-Washington os alunos obteriam 7544 km em vez de 5737 km reais. Indo mais para norte, maior o erro: de Oslo a São Petersburgo são 1093 km, muito menos que os 2178 a que se chegaria pelo método proposto no artigo.

José Paulo Viana