

Questões de escolha múltipla

Escolher uma das quatro alternativas (A, B, C ou D) para cada uma das cinco afirmações seguintes de modo que todas elas sejam verdadeiras.

- O número de afirmações com resposta D é:
A) 3 B) 2 C) 1 D) 0
- A resposta a esta questão é:
A) A B) B C) C D) D
- Esta afirmação tem a mesma resposta que a questão
A) 5 B) 4 C) 1 D) 2
- A primeira resposta B aparece na pergunta:
A) 5 B) 4 C) 2 D) 3
- As duas únicas questões consecutivas com a mesma resposta são:
A) 3 e 4 B) 4 e 5 C) 2 e 3 D) 1 e 2

(Respostas até 10 de setembro, para zepaulo46@gmail.com)

DIFERENTES CLASSIFICAÇÕES

O problema proposto no número 158 de *Educação e Matemática* foi o seguinte:

Aquele teste foi feito por 11 alunos. As classificações, na escala de 0 a 200, foram todas diferentes, sendo 51 a mais baixa e 182 a mais alta. A média foi exatamente 110.

Se ordenarmos as classificações, qual é o intervalo de valores em que pode estar a nota do aluno que ocupa a posição central?

Recebemos 14 respostas: Alberto Canelas (Queluz), Alice Martins (Torres Novas), Carla Faria (Guimarães), Carlos Dias (Silveira), Eduardo Oliveira (Guimarães), Gonçalo Rodrigues (Guimarães), Isabel Viana (Porto), João Oliveira (Ponte da Barca), Mário Roque (Guimarães), Pedrosa Santos (Caldas da Rainha), Paulo Ferreira (Espinho), Pedro Faria (Torres Novas), Susana Dias (Torres Novas) e a equipa Sara Raquel & Carmen Silva (Torres Novas).

As estratégias usadas pelos nossos leitores foram muito semelhantes e todos começaram por calcular a soma das classificações desconhecidas.

Como a média é 110, o total das onze notas é

$$110 \times 11 = 1210$$

A soma das nove classificações desconhecidas é

$$1210 - 51 - 182 = 977$$

Representemos por C a classificação central, que corresponde à mediana de todas as notas (tem cinco classificações abaixo dela e outras cinco acima).

Se as classificações abaixo de C forem as menores possíveis (51, 52, 53, 54, 55) o valor mínimo de C será 56.

Se as classificações acima de C forem as maiores possíveis (178, 179, 180, 181, 182) o valor máximo de C será 177. Ou seja, C poderá estar entre 56 e 177.

Valor mínimo

Poderá ser realmente 56? – pergunta o Mário Roque. – *A resposta é sim.*

Sendo as classificações abaixo de C as menores possíveis, para as quatro desconhecidas acima da mediana sobram:

$$977 - 52 - 53 - 54 - 55 - 56 = 707$$

Temos de distribuir estes 707 pontos por quatro valores diferentes entre 57 e 181, inclusive. Há várias possibilidades. Uma delas é fazer três deles “encostados” à nota máxima e completar com o que falta para 707:

$$707 - 181 - 180 - 179 = 167$$

Portanto, uma solução será:

$$51 - 52 - 53 - 54 - 55 - \mathbf{56} - 167 - 179 - 180 - 181 - 182$$

Valor máximo

Poderá ser realmente 177? A resposta é não.

Se fosse 177, as quatro notas desconhecidas abaixo dela teriam um total de

$$977 - 177 - 178 - 179 - 180 - 181 = 83$$

Ora, não se consegue arranjar quatro valores, todos superiores a 51, com esta soma.

Como sugere o João Oliveira, as cinco classificações abaixo da mediana têm de ser as menores possíveis (51, 52, 53, 54, 55) para que C seja a maior. A mediana e as quatro notas desconhecidas terão um total de:

$$977 - 52 - 53 - 54 - 55 = 763$$

Como mostrou o Gonçalo Rodrigues, a mediana 151 não serve porque $151 + 152 + 153 + 154 + 155$ ultrapassa 763, mas 150 já dá. Uma das soluções possíveis é:

$$51 - 52 - 53 - 54 - 55 - \mathbf{150} - 151 - 152 - 153 - 157 - 182$$

O intervalo de variação do valor central é $56 \leq C \leq 150$.

O Paulo Ferreira fez depois um programa de computador em Python para testar um número astronómico de possibilidades de distribuição das classificações e, claro, apenas confirmou o que já sabia.