

A avaliação para as aprendizagens pode ajudar quando a resolução do problema não é bem sucedida?

Esta reflexão tem por base sete resoluções de um problema de geometria proposto na unidade curricular de Geometria da Licenciatura em Educação Básica na ESE de Lisboa. A reflexão vem na continuidade do caderno publicado na revista anterior, "Resolução de problemas, geometria dinâmica e dissecções", embora se refira a um problema distinto. O objetivo destas reflexões é contribuir para a discussão da avaliação da resolução de problemas em geometria quando se associa a aprendizagem ao recurso a um ambiente de geometria dinâmica.

Há muitos problemas de geometria interessantes, de compreensão muito acessível e para os quais a resolução dinâmica permite obter boas soluções aproximadas. Porém, em muitos casos, a solução geométrica completa é inacessível ou muito difícil para o conhecimento matemático dos alunos, como é o caso do problema que aqui se discute. Nestes casos, o que é decisivo é definir objetivos para a sua avaliação compatíveis com os conhecimentos dos alunos e com as aprendizagens que o professor se propõe promover.

Na base desta orientação estão duas ideias interligadas. Por um lado, os bons problemas são aqueles que desafiam os alunos e que os atraem, contribuindo assim para o desenvolvimento do gosto por resolver problemas. Mas, para que a sua resolução seja efetivamente promotora de aprendizagens matemáticas, é necessário que o professor desenvolva estratégias de *feedback* que permitam aos alunos progredir numa resolução bem sucedida. A autoria do problema em discussão é de José Paulo Viana e está incluído na publicação em referência.

O PROBLEMA

O novo Parque Público

O novo parque público da cidade está quase pronto e, como é habitual, tem de ser inaugurado antes das eleições. Falta só decidir o traçado dos caminhos interiores.

O parque tem a forma de um quadrilátero irregular $ABCD$, com um portão de acesso P no lado que dá para a avenida principal, conforme se vê na figura 1.

O arquiteto paisagista pretende que se façam quatro caminhos em circuito fechado de modo que, partindo do portão, se passe pelos outros três lados e se regresse ao ponto de partida, tal como se mostra no exemplo da figura. No

entanto, o presidente da câmara avisou o arquiteto de que quer a solução mais económica, ou seja, aquela em que o comprimento total dos caminhos é menor.

Em que posição devem estar os pontos Q , R e S para que isso aconteça?

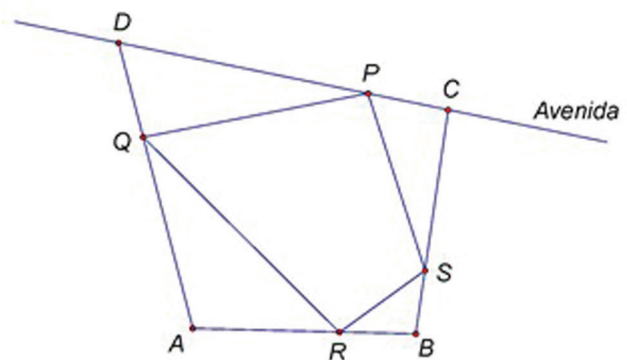


Figura 1

BREVES IDEIAS SOBRE AS RESOLUÇÕES

As sete resoluções apresentadas pelas alunas são muito fracas e ficam muito aquém das expectativas da professora. No entanto, é possível distinguir duas categorias.

Categoria A — Realização da construção do quadrilátero. Obtenção de uma solução particular, sem qualquer evidência de realização de experiências de variação para obter a solução apresentada, nem de variação do quadrilátero base do problema.

Categoria B — Realização da construção consistente do quadrilátero. Exploração das possibilidades dinâmicas obtendo uma solução aproximada. Tentativas para a compreensão da solução obtida, sendo as tentativas inconsistentes (B1) ou consistentes (B2).

Na categoria A são incluídas cinco das resoluções e na B apenas duas. No caso destas duas resoluções é possível distinguir a natureza da procura da compreensão da solução obtida. Num dos casos esta procura é de natureza geométrica, embora as tentativas sejam inconsistentes (B1). A aluna obtém uma solução através de uma construção em que recorre a reflexões definidas pelos lados da figura dada. A aluna aceita o valor obtido sem apontar a necessidade de confirmar se é ou não efetivamente o caminho mais curto (figura 2).

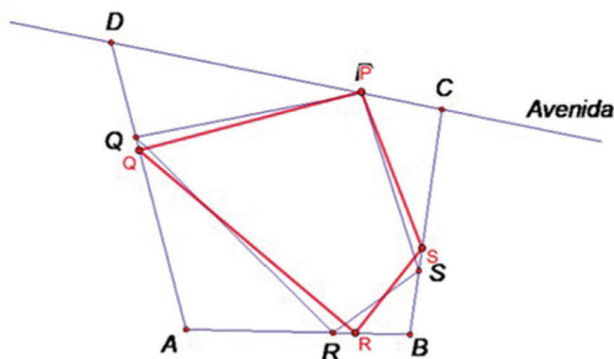


Figura 2

No outro caso, a procurada compreensão é de natureza analítica e corresponde a uma confirmação da solução obtida por outro processo matematicamente válido (B2). É consistente do ponto de vista das capacidades de resolução de problemas e reveladora do estabelecimento de conexões porque a aluna aponta a necessidade de “corroborar” que chegou a um valor mínimo e avança nessa confirmação. Recorrendo à folha algébrica do GeoGebra, a aluna obtém os intervalos de variação das abscissas e das ordenadas dos 3 pontos (R, S, Q) variáveis do quadrilátero dado (figura 3) e usa os seletores para registrar os extremos dos intervalos que observou. Depois recorre ao Excel, usando a fórmula da distância entre dois pontos num referencial ortonormado e construindo uma fórmula para obter o perímetro do quadrilátero variável. Com base nas potencialidades do Excel, a aluna obtém o valor mínimo da função perímetro que associou ao quadrilátero variável. Esta resolução integra vários recursos tecnológicos e a abordagem analítica dominou o processo. Porém, não foram procuradas as relações geométricas para obter uma confirmação ou validação da situação ótima. O que considerei consistente nesta resolução foi a procura de

uma justificação para a solução ótima e uma operacionalização correta de outras ferramentas matemáticas.

Embora haja diferenças significativas entre as resoluções das duas categorias, as resoluções revelam fragilidades muito grandes, inclusive sobre as possibilidades da resolução dinâmica, e evidenciam que, para estas alunas, o problema era desadequado. Além disso, revelam também que seis destas alunas não souberam avaliar as suas resoluções.

ALGUMAS REFLEXÕES

Este problema foi proposto às alunas no final da unidade curricular, numa situação de avaliação final extraordinária e de opção individual. A escolha era feita entre 3 problemas novos, 2 extensões de problemas já resolvidos em grupo e 4 tarefas exploratórias. Cada estudante deveria escolher 2 tarefas, independentemente da sua natureza. Só responderam as alunas que queriam melhorar a sua classificação. Confirmámos que este problema era demasiado difícil, no entanto estas sete alunas decidiram dedicar-se a este problema. Porém, nenhuma delas conseguiu chegar à solução completa e apenas uma obteve uma solução aproximada satisfatória coerente e reveladora de aprendizagens significativas sobre a resolução de problemas com recurso à geometria dinâmica.

Claramente que este problema, bem como a breve análise que apresento, evidenciam o interesse em continuar a desenvolver a resolução. Isto não aconteceu devido às condições em que este problema foi proposto. Poderia por isso guardar as minhas reflexões, mas decidi avançar com alguma discussão. Para esta discussão irei associar alguns comentários de apreciação de três das alunas que optaram por resolver os problemas. Estas opiniões foram recolhidas de forma livre algum tempo depois da unidade curricular estar totalmente terminada.

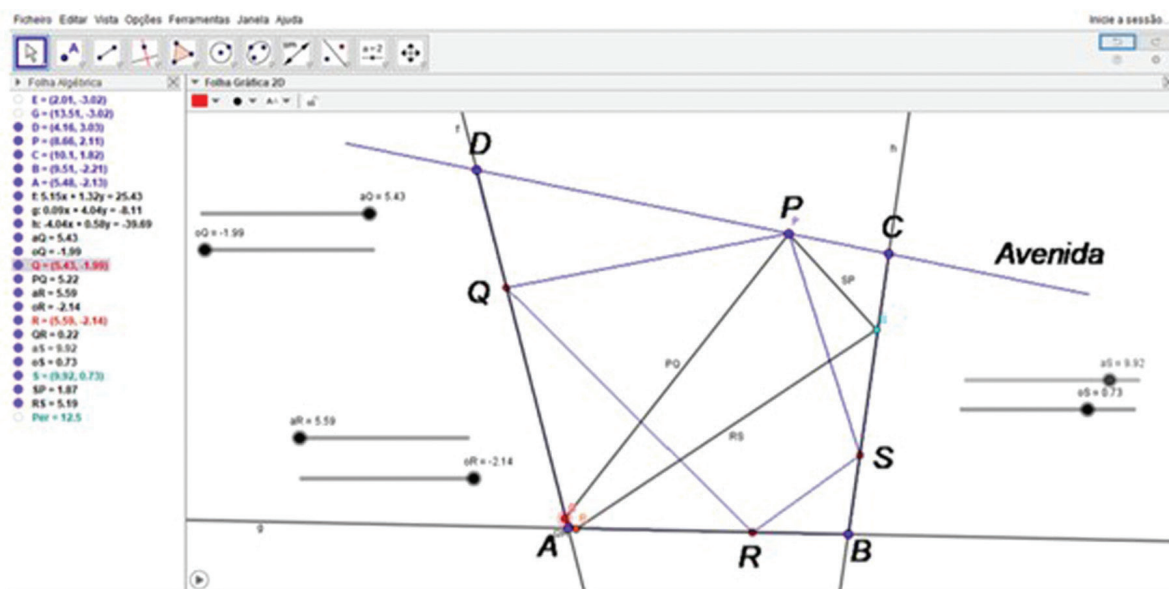


Figura 3

Esta discussão é orientada por três ideias: o *feedback*, a diferenciação, a resolução de problemas na formação inicial de professores.

No que respeita ao *feedback* do professor, claramente que este problema aponta para a necessidade de um diálogo com o professor na resolução. As fragilidades das resoluções que estas alunas apresentaram mostram que era necessária uma intervenção do professor para elas desenvolverem a resolução.

Uma das alunas cuja opinião foi recolhida afirma que *“realizar aqueles problemas foi viciante, eu estive ali horas na tentativa erro”*. Um *feedback* do professor poderia ter orientado esta aluna para um caminho de sucesso. É reconhecido que os ambientes de geometria dinâmica apontam para a exploração da situação, valorizando estratégias de tentativa-erro, no entanto, há tentativas que poderão ser produtivas e outras que não o são.

No caso deste problema, poderia ser sugerido, por exemplo, experimentar com um quadrilátero mais favorável, isto é, com alguma simetria, ou com uma figura mais simples, um triângulo. Outra sugestão poderia ser recordar algum problema já resolvido que fosse associável a este. Há ainda outras ideias poderosas, como é o caso do recurso à associação de vários quadriláteros iguais numa pavimentação do plano e ao traçar do percurso ideal a partir dessa pavimentação.

A aprendizagem da resolução de problemas com recurso aos ambientes de geometria dinâmica (AGD) deve prever a aprendizagem destas estratégias de modo que o próprio aluno desenvolva a sua capacidade de autoavaliação da estratégia que está a seguir na resolução de um problema.

O outro aspeto que evidencio tem a ver com a diferenciação. No âmbito da formação de futuros professores e educadores, problemas como este, resolvidos com recurso a um AGD, permitem desafiar um aluno a testar as suas capacidades e a desenvolver a sua capacidade de avaliar o seu próprio trabalho.

“Eu li todos. E tentei ver o que consegui fazer deles à partida. Eu também tentei o do parque. A resolução que eu estava a fazer não estava a fazer sentido e não estava a dar um resultado que eu achasse possível. Passei para o dos lenços. E fui fazendo.”

“Eu li tudo. E quando li pensei logo, eu quero fazer os problemas porque foi isto que estivemos a trabalhar nas aulas. E eu queria agora desafiar-me sozinha, sem o grupo para ver como corria. Vou resolver os três (problemas). E aqueles que eu tiver mais a certeza mando (à professora). Dois deles eu estava mais certa, o da formiga e o dos lenços. O do parque eu não estava tão certa, mas resolvi enviar também.”

“Eu comecei a ver todos os problemas e logo a pensar como é que iria fazer. No caso do parque comecei logo a perceber mais ou menos.”

Estas apreciações são indicadoras do interesse das alunas pela resolução de problemas e do gosto pelo desafio inerente a essa resolução. No primeiro caso, a aluna opta por resolver até ao fim dois dos três problemas. No segundo caso, a aluna identifica as fragilidades na sua resolução deste problema do parque, mas decide apresentar a resolução à professora. No terceiro caso, a

aluna opta por se dedicar à resolução do problema do parque e levar a resolução ao máximo dos seus conhecimentos. Três reações levemente distintas, todas reveladoras da fragilidade destas alunas avaliarem a sua resolução geométrica e explicitarem com fundamento matemático as suas dificuldades. Um *feedback* do professor teria certamente ajudado.

Por um lado, os recursos que temos hoje em dia permitem encarar a resolução de problemas de uma maneira muito mais rica. Podemos organizar bons bancos de problemas a que os alunos acedam e dos quais selecionem problemas por interesse. Esta possibilidade tem em conta a heterogeneidade dos alunos e permite que cada um desenhe algumas componentes do seu percurso. As minhas experiências recentes com futuros educadores e professores confirmam o potencial desta opção e a necessidade de encarmos a possibilidade de os estudantes desenharem percursos flexíveis com algumas diferenças. Esta reflexão é um pequeno contributo nesse sentido, naturalmente extensível também a níveis de ensino mais elementares.

Por último, quero valorizar o papel da resolução de problemas na formação inicial de professores e de educadores. Este problema é muito difícil e nós sabíamos isso quando o integrámos no conjunto de tarefas que apresentámos aos alunos. Decidimos arriscar porque a capacidade de escolha estava também em jogo e a grande diversidade das capacidades dos alunos era reconhecida por nós. Algumas das alunas que escolheram este problema não optaram pelas tarefas mais fáceis, mas sim pelas mais desafiantes. E isso também deve ser valorizado.

Como formadores de professores e educadores cabe-nos desenvolver o gosto por uma formação matemática ao longo da vida. É por isso que desafio os leitores para a resolução geométrica completa do problema do Parque Público, com a promessa de que farei essa discussão no próximo caderno de apontamentos e com uma referência que aponta para que não paremos de resolver problemas.

Desenvolver e sustentar o pensamento matemático é um processo contínuo para qualquer um que seja professor, aluno ou investigador. É por isso que é tão importante continuar a praticar (em ambos os sentidos) esse ofício, essa arte, essa atenção, para se sensibilizar para a experiência dos outros (alunos, colegas) e para enriquecer o seu próprio ser matemático através do que se observa e do que se atende. (Mason, 2020).

Estas três ideias que aponte influenciam o modo como encaramos a avaliação da resolução de problemas e como nos preparamos para antecipar as resoluções dos nossos alunos nas tarefas matemáticas que selecionamos e que lhes propomos.

Referências

- Mason, J. (2020). Generating Worthwhile Mathematical Tasks in Order to Sustain and Develop Mathematical Thinking. *Sustainability* 2020, 12, 5727. doi:10.3390/su12145727.
- Viana, J. P. (2012). *Uma vida sem problemas*. Edição Clube do Autor.