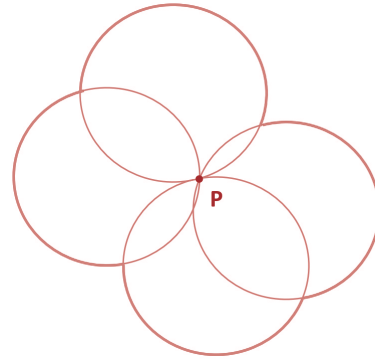


Um “polígono” curvo

Quatro circunferências, cada uma de raio 5 centímetros, passam todas por um ponto P, interior à figura por elas definida.

Qual é o perímetro desta figura?

(Respostas até 13 de setembro, para zepaulo46@gmail.com)



SOL E SOMBRA (e um pouco de astronomia)

O número 154 de *Educação e Matemática* teve como tema a *Interdisciplinaridade*. Por isso, com o objetivo de ligar a matemática com a astronomia e com a geografia, propusemos este problema:

O Alberto foi passar estas últimas férias de verão a Cabo Verde. No centro da grande praça, em frente ao hotel da Cidade da Praia onde se alojou, havia um enorme poste com a bandeira daquele país.

Num dos dias, o Alberto reparou que, num certo momento, o poste não fazia qualquer sombra.

Duas horas depois a sombra do poste media 6,73 metros.

Qual foi o comprimento da sombra passadas mais duas horas?

Pergunta adicional: Consegues descobrir em que dia isto pode ter acontecido?

O grau de dificuldade deve ter sido maior que o habitual porque apenas recebemos três resoluções, enviadas por Alice Martins (Torres Novas), Mário Roque (Guimarães) e Pedrosa Santos (Caldas da Rainha). Todos responderam à primeira questão, mas só a Alice, com a ajuda de Máximo Ferreira, se aventurou pela pergunta adicional.

Primeira pergunta

No seu movimento aparente, o sol descreve uma circunferência (360°) em 24 horas, ou seja, 15° por hora.

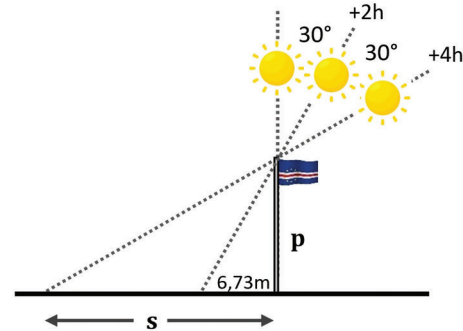
Se, num certo momento, o poste não fazia sombra, é porque o sol estava na vertical (meio-dia solar). Duas horas depois tinha avançado 30° e mais 30° passadas outras duas horas. Fazamos um esquema, em que p é a altura do poste e s o comprimento da sua sombra à hora 4.

Temos então, considerando o triângulo formado no momento +2h,

$$\operatorname{tg}30^\circ = \frac{6,73}{p} \Leftrightarrow p = \frac{6,73}{\operatorname{tg}30^\circ} \Leftrightarrow p \approx 11,657m$$

No momento +4h, o Sol rodou 60°, pelo que o comprimento da sombra se poderá obter do seguinte modo:

$$\operatorname{tg}60^\circ = \frac{s}{11,657} \Leftrightarrow p = \operatorname{tg}60^\circ \times 11,657 \Leftrightarrow s \approx 20,19m$$

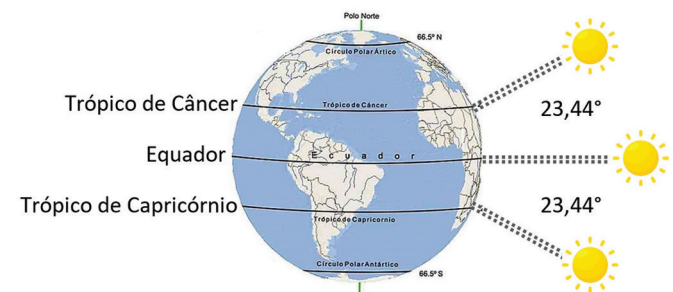


A sombra é exatamente o triplo do que era duas horas antes.

Pergunta adicional

Agora é preciso recordar conhecimentos anteriores e fazer alguma pesquisa.

O eixo de rotação da Terra não é perpendicular ao plano em que a Terra está quando roda em torno do Sol. Por isso, ao longo do ano, o Sol só está no plano do equador em dois dias, nos equinócios da Primavera (20 ou 21 de março) e Outono (22 ou 23 de setembro). Desloca-se 23,44° para norte até ao Trópico de Câncer (que atinge no solstício de verão, a 21 ou 22 de junho) e 23,44° para sul até ao Trópico de Capricórnio (onde chega no solstício de inverno, a 21 ou 22 de dezembro).



Procurando na internet, ficamos a saber que a latitude da Cidade da Praia é 14° 55' 53" N \approx 14,92°N.

Chama-se declinação do sol ao ângulo que os raios solares fazem com o plano do equador (esta definição não é rigorosa mas serve perfeitamente para efeitos práticos). Assim, o sol estará “a pique” na Cidade da Praia no dia em que a declinação coincidir

com a sua latitude. Entre março e setembro, o sol estará então duas vezes na vertical desta cidade.

A variação da declinação L ao longo do ano é uma função sinusoidal, de período um ano (365 dias) e contradomínio $[-23,44; 23,44]$

$$L(t) = 23,44 \times \sin\left(\frac{360t}{365}\right)$$

com t em dias a contar do equinócio da primavera.

Resolvendo a equação $L(t)=14,92$, vem $t=40,1$ ou $t=142,4$.

Estes valores correspondem aos dias 29 de abril e 12 de agosto.

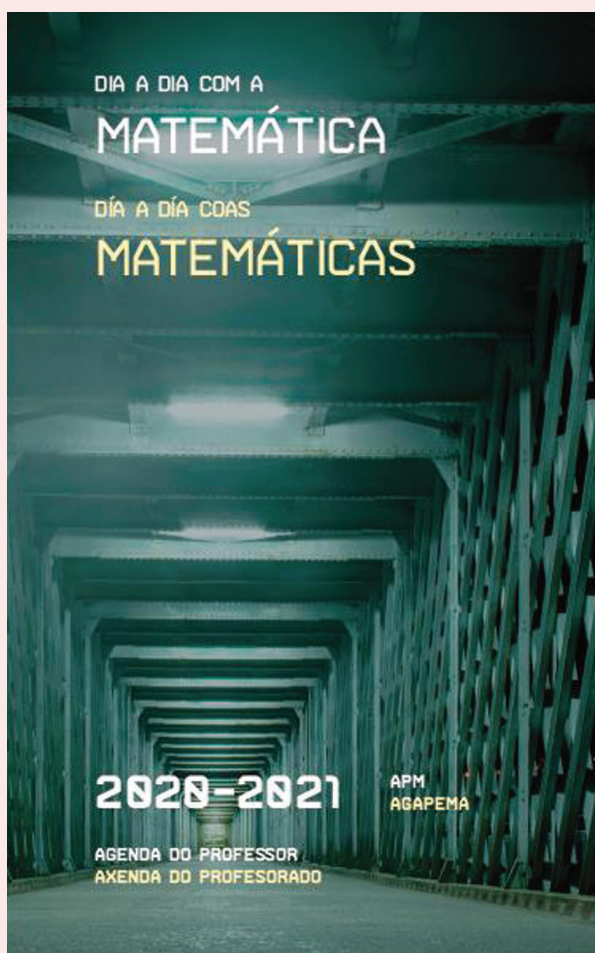
Como tudo se passou nas férias de verão, a resposta é 12 de agosto de 2019.

Outro processo é usar sítios da internet que permitam chegar à resposta. Um deles é o da Associação Nacional de Cruzeiros (<https://www.ancruzeiros.pt/ancdrp/declinação-do-sol>). Aí encontramos a fórmula da declinação e, no fim da página, podemos confirmar que foi no dia 12/08/2019 que a declinação do sol coincidiu com a latitude da Praia.

Máximo Ferreira indicou o *Stellarium* (<https://stellarium.org/pt/>), que tem “tudo” para quem goste de astronomia.

PUBLICIDADE APM

Dia a dia com a Matemática Día a día coas Matemáticas



Um novo ano letivo vai começar. Para ele preparamos uma agenda bilingue a partir de um concurso de resolução de problemas que a Associação de Professores de Matemática (APM) e a Asociación Galega do Profesorado de Educación Matemática (AGAPEMA), têm vindo a organizar desde há 6 anos letivos.

Matemáticas na Raia é o nome desse concurso anual, dirigido a turmas do 9.º ano da Região Norte de Portugal e do 3.º ESO da Galiza. As turmas inscritas realizam uma prova, que consiste em resolver, em hora e meia, cinco problemas. A prova tem lugar no mesmo dia, à mesma hora e com o mesmo enunciado, bilingue, na Galiza e em Portugal. A partir desta prova, é selecionada uma turma vencedora em cada país, sendo o prémio um fim de semana na Galiza ou no Norte de Portugal, em anos alternados. Durante o fim de semana, os alunos participam em atividades diversificadas, de carácter lúdico e matemático, organizados em equipas mistas. Assim, ao longo de 2020/21, as páginas desta agenda dão a conhecer um pouco do que tem sido esta dinâmica.

Sugerimos a todos os colegas que lecionem em turmas que possam participar no concurso, que o façam mesmo. Só a experiência de ver os alunos empenhados na resolução dos problemas em grupo, as discussões que organizam para melhorar e adequar a resolução, valem por si.

Desejamos a todos um bom ano letivo 2020/2021, ainda que porventura vivido num clima de incerteza e de mudança. Acima de tudo, que seja um ano com saúde e boas descobertas.

Preço de sócio: 6,00€

Preço de venda ao público: 7,00€

Disponível na loja e na loja online (www.apm.pt)
ou por encomenda para encomenda@apm.pt