

Quem será o campeão

Na Matemática existe um conceito muito importante que é a transitividade. É válido em várias situações.

Por exemplo, na desigualdade de números reais. Se $a < b$ e $b < c$, então conclui-se que $a < c$.

Na vida real nem sempre isto acontece. Vejamos no futebol. Se o clube A ganhou ao clube B e se B ganhou ao clube C, não se pode concluir que, necessariamente, o clube A irá ganhar ao clube C. Se a transitividade existisse no futebol, existiam muitos jogos que não eram necessários pois já se sabia, de antemão, quem os ganharia.

Na tabela estão representados os resultados das duas primeiras jornadas da Divisão de Honra, Série 1, Sub 8, temporada 2018-19, da A.F. Porto. Note-se que esta série é disputada por 9 clubes.

Com estes resultados, se existisse transitividade no futebol, já seria possível garantir que uma das equipas é melhor que todas as outras? Se sim, qual é essa equipa?

Jornada 1			
Leça do Balio	2	-	4 AD New Team
FC Infesta	2	-	3 Padroense FC
SC Salgueiros	2	-	0 SC Coimbrões
Panther Force	3	-	0 CF Serzedo

Jornada 2			
AD New Team	2	-	4 FC Infesta
Padroense FC	0	-	4 SC Salgueiros
SC Coimbrões	0	-	0 Panther Force
CF Serzedo	10	-	1 EF Benfica

(Problema proposto por Hélder Pinto)

Respostas até 10 de junho, para zepaulo46@gmail.com

UM TRIÂNGULO E TRÊS CIRCUNFERÊNCIAS

O problema proposto no número 153 da *Educação e Matemática* foi o seguinte:

Consideremos a família de triângulos PQR que têm 20 centímetros de perímetro.

Traçam-se três circunferências:

C_1 com centro em P; C_2 com centro em Q; C_3 com centro em R, de tal modo que:

- C_1 e C_2 sejam tangentes exteriormente entre si,
- C_1 e C_2 sejam tangentes interiormente a C_3 .

Entre que valores pode variar o raio de C_3 ?

Recebemos 8 respostas: Alberto Canelas (Queluz), Ana Maria Loureiro, Carlos Dias (Silveira), José Frias (Lisboa), Letícia Martins (Guimarães), Mário Roque (Guimarães), Regina Veríssimo (Paião) e Pedrosa Santos (Caldas da Rainha). Todos estes leitores seguiram o mesmo método, que aqui apresentamos na sua versão mais simples.

Sejam:

r o raio da circunferência exterior com centro em R.

x o raio da circunferência interior com centro em P.

y o raio da circunferência interior com centro em Q.

Podemos escrever:

$$\overline{PQ} = x + y \quad \overline{RQ} = r - y \quad \overline{RP} = r - x$$

Mas, sabemos que $\overline{PQ} + \overline{RQ} + \overline{RP} = 20$

Substituindo os três valores anteriores nesta equação, vem:

$$(x + y) + (r - y) + (r - x) = 20$$

$$x + y + r - y + r - x = 20$$

$$2r = 20 \Leftrightarrow r = 10$$

Conclusão, o raio da circunferência C_3 só pode tomar um único valor: 10 cm.

O reduzido número de respostas que tivemos a este problema talvez se explique pelo facto de, ao contrário do que sugeria o enunciado, afinal o valor de C_3 não poder variar.

Como diz Pedrosa Santos: *O modo como é redigida a pergunta está, de alguma maneira, "armadilhado". (...) isto obriga o respondedor a superar a natureza da pergunta, na tentativa inicial e natural de encontrar mais de um valor até se convencer de que não há variação de valores.*

José Frias acrescenta: *Li e reli o enunciado... construí um sketch num programa de geometria dinâmica e estou "confortável" com o resultado: É sempre de 10 cm.*

Finalmente, Mário Roque: *Não consegui encontrar valores onde o raio de C_3 possa variar, mas sim um valor fixo para o mesmo. Alguma coisa me terá escapado mas... Procurei ainda duas situações diferentes: 1) Com o ponto R sobre uma das circunferências. 2) Com o ponto R no interior de uma das circunferências.*

Nota final: Para cada triângulo de perímetro 20, só existe uma posição do ponto de tangência entre as circunferências interiores que permite a construção da circunferência exterior. Alberto Canelas enviou alguns exemplos concretos, com valores inteiros para as medidas dos lados do triângulo.

