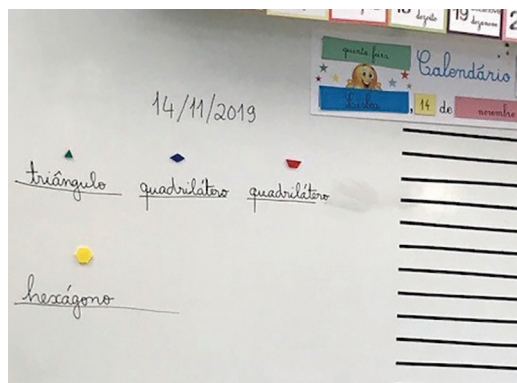


Relacionar, classificar e estruturar

Este texto tem como objetivo apontar um conjunto de ideias ligadas a estas três ações fundamentais na matemática. A motivação para o escrever decorre de um episódio recente passado numa sala de aula.

UM EPISÓDIO

Quantas vezes os professores falam em classificação mas estão a pensar apenas na identificação de características das figuras e na atribuição de nomes? O episódio é simples, porém muito significativo. Tudo se passa numa aula de 2.º ano de escolaridade em que os alunos irão realizar uma tarefa com o objetivo de trabalhar a composição de figuras planas. A professora recorda e regista no quadro a “classificação” das figuras que vão usar. Embora referindo a classificação, o seu discurso reforça especialmente o nome de cada uma das quatro figuras que os alunos vão usar.



Para os alunos são apenas nomes, sem qualquer significado. Porém, reparando com atenção no que ficou escrito no quadro (triângulo, quadrilátero, quadrilátero, hexágono), podemos notar que os quatro nomes registados correspondem a três relações entre figuras de natureza distinta. Subjacente a estas designações, os triângulos estão a ser encarados como o conjunto das figuras com três ângulos, os quadriláteros como o conjunto das figuras com quatro lados e os hexágonos são vistos como um subconjunto do conjunto dos polígonos, o dos polígonos com seis lados.

RELACIONAR PARA CLASSIFICAR

Na geometria a presença de referências sobre relacionar e classificar é permanente. Estas duas palavras são tão comuns que, muitas vezes, já nem pensamos no seu sentido, nem em muito do que é inerente aos processos de relacionar e classificar. Embora esta reflexão esteja naturalmente focada na geometria e seja orientada para objetos geométricos,

penso que poderia ser toda reescrita para outra área, com as devidas adaptações à natureza dos entes matemáticos envolvidos, os objetos de estudo.

Quando manipulamos, encaramos, analisamos ou organizamos objetos há três tipos de situações fundamentais para estabelecer relações:

- entre os elementos constituintes de um único objeto
- entre objetos distintos
- entre conjuntos de objetos

No primeiro caso, encaramos e atendemos à estrutura do objeto. No segundo caso atendemos a aspetos de ligação entre os objetos selecionados, identificando posições, semelhanças e diferenças. Os objetos podem ter sido selecionados por já formarem um conjunto ou então podemos concluir que o que os liga nos conduz a organizá-los num conjunto. Outra possibilidade é atendermos a ligações entre os objetos e fazermos separações, formando categorias ou classes. Como consequência criamos uma estrutura dentro do conjunto, estruturamos o conjunto. No terceiro caso comparamos estruturas de conjuntos e estruturamos a um outro nível. Estabelecemos ligações entre os conjuntos.

A apresentação destes três níveis, sem exemplos, parece estranha e um pouco árida. Quando encaramos uma figura, o retângulo por exemplo, estabelecemos relações entre os seus elementos constituintes (lados, ângulos, diagonais). Com base nestas ligações passamos a encarar o retângulo como uma estrutura geométrica.

Ao analisar e comparar muitos retângulos, destacamos este conjunto de quadriláteros de outros conjuntos de quadriláteros e passamos a encará-los com uma estrutura de classe, a classe dos retângulos. Nesta classe temos que incluir naturalmente os quadrados porque estes têm uma estrutura análoga à dos retângulos, embora mais rica. Ao estabelecer esta relação de inclusão da classe dos quadrados na classe dos retângulos estamos já a estabelecer ligações entre as duas classes. Criamos por isso uma nova ordem de estrutura. Continuamos a estruturar, mas ao nível da estruturação lógico-formal.

Estas ideias não são novas. No entanto, continuamos a encontrar estudantes futuros professores ou educadores, e também muitos professores, para quem os raciocínios que estão subjacentes a estes tipos de estruturação parecem novos e totalmente estranhos. Muitas vezes até, estas considerações provocam desconfiança por parte dos professores.

Na geometria há uma estreita relação entre o estabelecimento de relações entre os elementos constituintes dos objetos, as relações entre os objetos e as relações entre os conjuntos de objetos. Todos estes tipos de relações contribuem para a classificação dos objetos geométricos. E classificamos os objetos geométricos porque isso nos ajuda a encará-los de forma organizada e podemos, assim, compreender melhor as definições, bem como a organização lógico formal da geometria. Muitos autores afirmam que os processos de classificação são uma das componentes básicas do raciocínio matemático.

No que respeita a classificações em geometria também é importante evidenciar três níveis de classificação, de complexidade crescente, e que interessa destacar:

Nível 1 — A classificação corresponde à classificação direta dos objetos e em que estes valem por si. Podemos considerá-la como a classificação simples de objetos.

Nível 2 — Os objetos já representam classes. Podemos considerá-lo como um nível de classificação de classes de objetos. Os objetos que representam as classes são protótipos que exemplificam as propriedades dos objetos de cada uma das classes.

Nível 3 — Para além de os objetos representarem classes, a classificação ocorre segundo aspetos de invariância dos objetos no que respeita às transformações geométricas. Aliás, é essa invariância que caracteriza a classe. Neste caso continuamos a ter uma classificação de classes de objetos. Os exemplos mais comuns do terceiro nível são as classificações dos frisos e padrões geométricos.

A consciência destes três níveis de classificação é importante para perspetivar atividades de classificação na aprendizagem e ter em conta a complexidade do raciocínio matemático ao classificar. A atividade matemática de classificar deve percorrer toda a aprendizagem da matemática. Muitas vezes considera-se que basta fazer classificações nos primeiros anos para que se aprenda a classificar.

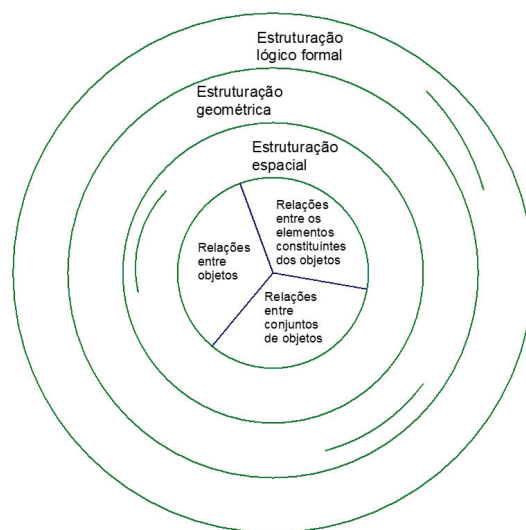
... E ESTRUTURAR

Tenho um apreço especial pela ideia, defendida por vários especialistas de ensino da geometria, que afirmam que “toda a geometria é, em essência, uma maneira de estruturar o espaço e de estudar as consequências dessa estruturação” (Battista et al., 1998, p. 531).

O reflexo desta orientação no ensino da geometria é o de uma construção consistente, progressivamente mais complexa, mas em que a estruturação está sempre presente. Para as crianças e jovens as estruturas podem estar ocultas, mas para os professores e educadores é desejável que elas sejam conhecidas.

Nem sempre é fácil organizar todas estas ideias. E também aqui os três níveis de estruturação de Battista nos ajudam (Battista, 2008). Organizei por isso um esquema que associa as três ideias atrás referidas sobre relações com os três níveis de Battista: estruturação espacial, estruturação geométrica e estruturação lógico-formal. Neste esquema, os três tipos de relações e os três níveis convivem.

Do estabelecimento de relações, de que decorrem classificações progressivamente mais complexas, resulta a estruturação da geometria em três componentes interligadas e também de construção espiral.



O objetivo deste esquema é associar numa única imagem as ideias sobre relações e estruturação apresentadas. Espero que seja encarado como um esquema que ilustra a convivência das ideias expressas e o dinamismo das ligações que existem entre elas. Desde as primeiras idades, quando se realizam as primeiras vivências de estruturação espacial, que se inicia a espiral de construção da estruturação geométrica e da estruturação lógico formal. Nem sempre tive estas ideias tão claras como passei a ter depois de analisar e pensar sobre experiências que acompanhei, no âmbito da realização de atividades de geometria e de artes visuais, com crianças pequenas e da responsabilidade das suas educadoras de infância.

Referências

- Battista, M. (2008). Development of the shape makers geometry world. In G. W. Blume & M. K. Heid (Eds.), *Research on technology and the teaching and learning of Mathematics: Volume 2 - Cases and Perspectives*, (pp. 131-156). NCTM & IAP.
- Battista, M. T., Clements, D. H., Arnoff, J., Battista, K., & Van Auker Borrow, C. (1998). Students' spatial structuring of 2D arrays of squares. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(5), 503-532.