

Uma aula visual sobre soma de frações

LEONARDO BARICHELLO

Todos os leitores deste texto já devem ter testemunhado um estudante somando numeradores e denominadores ao responder uma questão que pede a soma de duas frações. Esse erro é tão comum que ganhou o nome de *whole number bias* em inglês e é fácil encontrar artigos científicos inteiros que giram em torno dele.

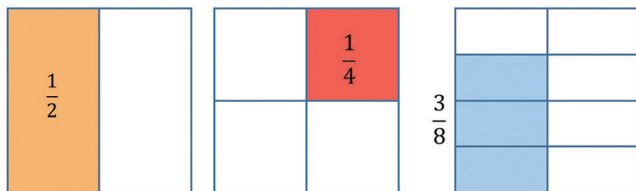
No mar de tentativas de explicar a reincidência desse erro, uma tentativa recente que me parece muito bem fundamentada sugere que como os estudantes não conseguem associar um significado ao objeto fração representado simbolicamente, acabam caindo na armadilha de atribuir significado às partes que compõe esse símbolo: os números inteiros no numerador e denominador. Ao fazer isso, os estudantes param de ver a fração como um objeto e passam a ver dois números inteiros.

O mesmo raciocínio se aplica à soma de duas frações: ao invés de ver uma soma (ou duas frações), os estudantes veem quatro números inteiros e um sinal de soma, afinal, eles só conseguem atribuir significado a esses objetos isoladamente.

A proposta de aula que apresento aqui é uma tentativa de evitar esse processo com duas ações. Primeiro, apresentar soma de frações através de uma representação visual (não simbólica) na expectativa que ela traga significado à operação. Segundo, postergar a necessidade de operar aritmeticamente com numeradores e denominadores ao somar duas ou mais frações.

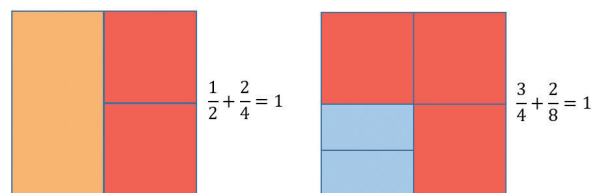
INTRODUÇÃO: UMA ANIMAÇÃO

A animação, que pode ser vista em <http://youtube/QAOvNDbyhjQ>, é o elemento central dessa aula. A escolha de uma animação ao invés de uma exposição do professor tem a intenção de reforçar a visualidade dos objetos. A animação começa apresentando frações unitárias no modelo de área retangular.



Em seguida, a animação introduz soma de frações a partir da ideia de “juntar partes” sobre o todo. Um detalhe fundamental aqui é que todas as somas apresentadas resultam em 1.

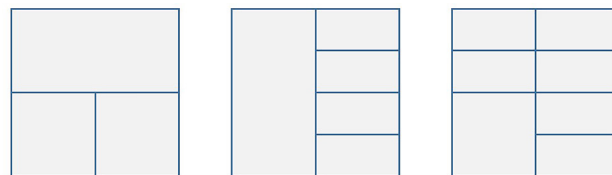
A apresentação da soma em forma simbólica é de fundamental importância, pois é ela que de fato faz a conexão entre a representação visual e a soma simbólica de frações.



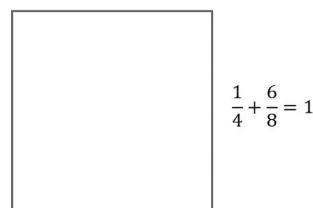
Note que como as somas todas resultam em 1, os estudantes não precisam realizar nenhuma operação aritmética explícita com numeradores e denominadores, reduzindo o risco de que incorram no *whole number bias*.

PRIMEIRAS QUESTÕES

Após o vídeo, sugiro dois tipos de questões. A primeira pergunta seria “Qual é a soma representada em cada um dos diagramas?”



Novos itens podem ser gerados facilmente. O professor pode incluir composições com 3 frações e introduzir uma nova fração, como $\frac{1}{16}$. A segunda pergunta pede que os estudantes representem em diagramas somas com resultado igual a 1 dadas simbolicamente.



As duas questões estão ainda bastante próximas do que foi mostrado na animação. A sugestão para a próxima questão é pedir que os estudantes criem outras duas somas iguais a 1. Sugiro pedir que façam isso em uma folha em branco com apenas um quadrado desenhado para que usem como esqueleto para a resposta, pois o uso de folhas quadriculadas ou com divisões

pré-desenhadas sabidamente influenciam os estudantes a usar abordagens que tendem ao *whole number bias*.

Na questão anterior, é possível expandir o modelo explorando algumas variações. Por exemplo, pode-se pedir aos alunos que obtenham uma ou mais somas que resultem em 2 ou em $\frac{1}{2}$ e represente-as simbólica e visualmente.

O passo final pode ser dado com questões como as mostradas abaixo. Note que elas podem expandir o modelo para situações em que o resultado não é igual a 1.

$\frac{3}{4} + \frac{1}{8}$ é igual a 1?

$\frac{1}{2} + \frac{5}{8}$ é maior do que 1?

Quando propus essa questão, dei apenas um espaço em branco abaixo de cada item e isso foi suficiente para sugerir aos estudantes que resolvessem as questões usando diagramas. É possível estender a questão perguntando a eles por quanto a soma é maior ou menor do que 1 ou pedindo que escrevam uma justificativa para a resposta dada.

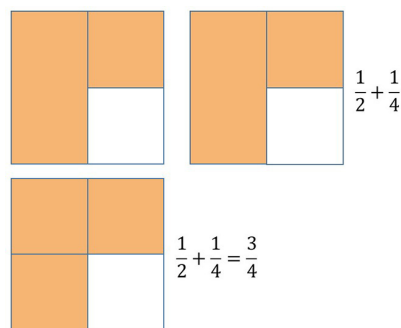
A MINHA EXPERIÊNCIA

Esta aula fez parte da coleta de dados da minha pesquisa de doutorado (Barichello, 2019) e as questões apresentadas acima foram suficientes para ocupar uma aula com uma hora de duração.

O objetivo da minha tese não foi avaliar quantitativamente o impacto de aulas seguindo essa abordagem ou compará-las com outras abordagens, mas um dado chamou muito a atenção: em um grupo de estudantes de baixo desempenho, após três aulas seguindo essa abordagem, nenhum deles cometeu o erro de somar numerador e denominador em uma avaliação diagnóstica aplicada três meses depois, enquanto que em uma outra turma com perfil muito parecido cerca de 90% dos estudantes que tentaram resolver a soma de frações pedida cometeu o tal erro.

Essa é apenas uma das aulas que propus dentro da perspectiva de uma abordagem essencialmente visual para esse tópico. Depois dessa aula, pode-se realizar uma atividade semelhante com outros denominadores: $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{9}$ e $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{15}$. É possível seguir ainda mais adiante na direção de somas que não resultam em 1, como mostrado no vídeo youtu.be/bfCLOxiNOxQ.

O pacote completo com os 12 planos de aula que desenvolvi no meu doutorado, e aprimorei após aplicações, oficinas e palestras, estão disponíveis em www.mais.mat.br/planos-de-aula-fracoes.html. Sinta-se à vontade para baixar e usar!



COMENTÁRIO FINAL

Um dos preceitos fundamentais dessa abordagem é que o significado de certos conteúdos pode ser ancorado em representações visuais de modo que elas ofereçam mais do que apenas um modo de representar certos objetos, mas também emprestem as transformações, operações e estrutura lógica de um contexto mais concreto (figuras planas) para um mais abstrato (frações). Esse preceito encontra respaldo em trabalhos como os desenvolvidos por Núñez et al. (1999) e Lakoff e Núñez (2000).

Dentro dessa ideia, pesquisas sugerem que o melhor é focar em um único modelo e introduzir outros modelos posteriormente de modo que eles também possam se apoiar nos significados oferecidos pelo primeiro.

Uma das conclusões da minha tese é que essa abordagem cria um contexto favorável para estudantes de baixo desempenho, pois reduz a dependência de conteúdos matemáticos anteriores e ainda promove habilidades visuais que parecem ser fundamentais para a aprendizagem de Matemática como um todo (Verdine et al., 2014).

Referências

- Barichello, L. (2019). *An investigation into how low achieving secondary students learn fractions through visual representations* (tese de doutorado). University of Nottingham, Nottingham.
- Lakoff, G., & Núñez, R. (2000). *Where Mathematics come from: How the embodied mind brings Mathematics into being*. Basic books.
- Núñez, R. E., Edwards, L., and Matos, J. (1999). Embodied Cognition as Grounding for Situatedness and Context in Mathematics Education. *Educational Studies in Mathematics*, 39(1), 45–65.
- Verdine, B. N., Golinkoff, R., Hirsh-Pasek, K., & Newcombe, N. (2014). Finding the missing piece: Blocks, puzzles, and shapes fuel school readiness. *Trends in Neuroscience and Education*, 3(1), 7–13.

LEONARDO BARICHELO

UNICAMP - UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, BRASIL