

Vamos jogar

O Jogo Icosiano e o Problema do Cavalo

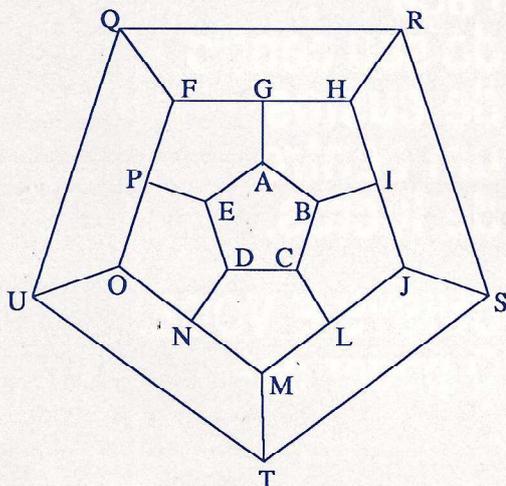
Paulo Oliveira

Propomo-vos para este trimestre dois solitários em voga no sec. XIX aos quais estiveram ligados três dos maiores matemáticos da história - Hamilton, Euler e Vandermonde.

O Jogo Icosiano

O jogo icosiano foi criado em 1850 por Sir William Hamilton como ilustração dos princípios por ele descobertos na chamada "Algebra dos quatérnios"

O jogo pode ser praticado num dodecaedro (ou em qualquer dos outros sólidos platónicos) ou numa figura plana que lhe seja topologicamente equivalente (ver figura).



Por uma questão de simplicidade sugerimos que seja usado este último tabuleiro.

O objectivo do jogo é percorrer toda a figura passando por cada vértice uma e uma só vez e regressar ao ponto de partida (que pode ser qualquer vértice).

Na versão comercializada (em 1859), o jogo chamava-se "A volta ao mundo" e a cada vértice correspondia não uma letra mas o nome de uma grande cidade.

Desafio: Quantos caminhos existem nas condições mencionadas?

O Problema do Cavalo

Considere-se um tabuleiro quadriculado de 8 por 8 e um cavalo que pode deslocar-se como habitualmente no xadrez (i.e. em "L").

Podrá o cavalo "visitar" todas as casas do tabuleiro regressando à casa de partida?

Euler apresentou uma solução sistemática deste solitário num estudo de 1759 e o mesmo fez Vandermonde 12 anos mais tarde.

Considere-se um tabuleiro quadriculado de $n \times n$ casas.

Desafio:

Para que valores de n , o problema é possível?

Observação final

Embora aparentemente desligados, os dois solitários apresentados podem ser interpretados mediante "grafos de Hamilton", isto é, grafos percorridos por um caminho que passa por todos os vértices.