

O ensino e a aprendizagem da proporcionalidade direta no 9.º ano: Contributo de uma unidade didática em ambiente de sala de aula invertida

O conceito de proporcionalidade é inerente a vários acontecimentos do mundo real e um dos conteúdos centrais do programa de matemática fundamental. No Brasil, como em outros países, o ensino e aprendizagem da proporcionalidade direta está centrado no uso da regra de três e na proficiência da sua aplicação em detrimento do desenvolvimento do raciocínio proporcional (Avelar, 2018). Essa prática é reforçada pelos manuais escolares, que apresentam a regra de três como estratégia central ou única, com consequências sobre a qualidade da aprendizagem matemática. Na nossa opinião, quando os estudantes se refugiam no uso de regras, enquanto estratégia rápida e infalível, tendem a desvalorizar aspetos fundamentais da aprendizagem da matemática, como por exemplo, a verificação da plausibilidade dos valores obtidos. Além disso, o uso da regra de três permeia com o erro que os estudantes parecem não ser capazes de identificar.

Este artigo apresenta um episódio do desenvolvimento de uma unidade didática, em ambiente de sala de aula invertida, que procura desenvolver o raciocínio proporcional nos estudantes. Como ser capaz de distinguir as relações de proporcionalidade direta daquelas que o não são é um dos aspetos do raciocínio proporcional, pelo que esta unidade didática é constituída por problemas em que há proporcionalidade direta e outros em que esta relação não está presente. Constatámos que, no 9.º ano de escolaridade, alguns estudantes usam a regra de três sem questionar a sua aplicabilidade, pelo que daremos destaque à análise do erro que resulta do uso inadequado dessa regra. Na nossa opinião, a unidade didática que visa o desenvolvimento do raciocínio proporcional deve levar os estudantes a explorar com compreensão a relação de proporcionalidade direta e deve ser um momento privilegiado para os esclarecer sobre a fragilidade do uso da regra de três que, enraizada na cultura escolar, condiciona a sua capacidade de raciocínio.

ENSINO E APRENDIZAGEM DA PROPORCIONALIDADE DIRETA COM ÊNFASE NO DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO PROPORCIONAL

O ensino e aprendizagem da proporcionalidade direta, segundo Miranda (2016), Behr, Harel, Post, e Lesh (1992), Lamon (2007),

Karplus, Steven, e Stage (1983), deve procurar desenvolver o raciocínio proporcional nos estudantes em vez de estar arreigado à memorização de regras. Estes autores também referem a importância do uso com compreensão de estratégias multiplicativas, em substituição das estratégias aditivas usadas pelos estudantes dos anos iniciais na resolução de tarefas sobre proporcionalidade direta. Isto é, destacam a compreensão da estrutura multiplicativa (Vergnaud, citado por Miranda, 2016) inerente à relação de proporcionalidade direta, como um marco no desenvolvimento do raciocínio proporcional. Por seu lado, Silvestre (2012) sistematizou alguns dos mais importantes estudos sobre proporcionalidade e defendeu que o raciocínio proporcional envolve três aspetos:

- (i) capacidade para distinguir situações que têm subjacentes relações de proporcionalidade direta de situações que não as têm; (ii) compreensão da natureza multiplicativa das relações proporcionais; e (iii) capacidade para resolver vários tipos de problemas, revelando a flexibilidade mental para realizar diferentes abordagens sem ser afetado pelo contexto, dados e estrutura numérica, grandezas e as representações (texto, gráficos, tabelas, razões) (p. 281).

Neste estudo, a construção da unidade de ensino mobilizou as propostas de cunho exploratório de Silvestre (2012) e de Ponte, Silvestre, Garcia, e Costa (2010), para o ensino e aprendizagem da proporcionalidade direta. Segundo os autores, o ensino e aprendizagem da proporcionalidade direta deve ter foco na exploração de regularidades, em particular nas relações das grandezas (covariância e invariância) que envolvem a relação de proporcionalidade direta na resolução de problemas de valor omissivo e de comparação e no uso de diferentes representações.

UNIDADE DIDÁTICA EM AMBIENTE DE SALA DE AULA INVERTIDA

O ambiente de sala de aula invertida (SAII) é uma abordagem que pode usar vídeo-aulas para melhorar a qualidade da aprendizagem da matemática. Como referem Brame (2013), Valente (2014), Bergmann e Sams (2016), Rios (2017) e Avelar (2018), esta abordagem procura respeitar o ritmo de

aprendizagem individual, propicia a interação entre os estudantes e o professor, altera o modo como os pais se relacionam com a escola e, sobretudo, ultrapassa a fronteira física da sala de aula.

*O Flipped Learning Network*¹, ao promover práticas inovadoras, esclarece que o ambiente SAI vai além de práticas pedagógicas de inversão de espaços físicos e tarefas e definiu quatro princípios orientadores para o seu desenvolvimento: (i) ambiente flexível; ii) cultura de aprendizagem; iii) conteúdo intencional e, iv) educador com habilitação profissional.

No que respeita à inversão na organização das atividades escolares, parte da apresentação dos conteúdos, de forma mais ou menos criativa, ocorre fora da sala e dos horários das aulas, através de materiais didáticos, por exemplo vídeos disponibilizados pelo professor. Por sua vez, o tradicional trabalho para casa passa a ser trabalhado em sala de aula. Desta forma, as aulas serão momentos de interação efetiva entre estudantes e professor, isto é, o debate, a investigação, a pesquisa podem ser delineadas de acordo com os conteúdos previamente apresentados nos vídeos.

A produção dos vídeos, segundo Bergmann e Sams (2016), tem quatro etapas: planeamento da aula, sem esquecer a apresentação dos seus objetivos; gravação do vídeo que deve incluir as palavras do professor; edição do vídeo para o transformar num recurso claro, conciso e curto (qualidades que o tornam apetecível aos estudantes) e; divulgação do vídeo em plataformas *online*.

A SAI pode apresentar alguns constrangimentos, contudo, consideramos que estes são facilmente superados, tendo em consideração a motivação revelada pela maioria dos estudantes envolvidos neste ambiente de trabalho.

PERCURSO METODOLÓGICO

Esta pesquisa, de cunho qualitativo, é uma investigação sobre a prática da primeira autora e procurou compreender o desenvolvimento do raciocínio proporcional dos estudantes do 9.º ano, através de uma abordagem exploratória e no ambiente de Sala de Aula Invertida. A planificação inicial da unidade didática previa a apresentação de “elementos” para discussão por parte dos estudantes, identificados durante a visualização da vídeo-aula. A planificação inicial foi alterada quando, durante as primeiras aulas, a professora considerou que alguns dos diálogos dos estudantes sobre as suas dúvidas, erros e processos de resolução apresentavam potencial didático. Na opinião da professora, considerando a sua experiência anterior, a inclusão da participação dos estudantes nas vídeos-aulas como personagens que retratam acontecimentos reais contribuiu para aumentar

¹Flipped Learning Network (FLN), uma comunidade online, sem fins lucrativos, com mais de 20 mil educadores, de todo mundo, interessados em aprender sobre SAI. <https://flippedlearning.org/definition-of-flipped-learning/>

o seu interesse e empenho na resolução das tarefas propostas. Neste artigo, é apresentado o episódio referente ao uso da “regra de três”, que uma aluna “vinda de outra escola” apresenta na aula como sendo infalível, pelo que a professora considerou oportuno esclarecer os estudantes sobre o uso inadequado da “regra de três”, levando-os a refletir sobre a importância de resolver problemas com compreensão.

Os intervenientes são a professora e os vinte e dois estudantes de 9.º ano, onze meninas e onze meninos, com idades entre 14 e 15 anos. Na coleta de dados, foram usados registos em áudio e vídeo, o diário de campo da professora e os registos escritos dos estudantes. Para preservar a identidade dos estudantes, os nomes dos intervenientes são fictícios.

EPISÓDIO SUGA: O INESPERADO...

Durante a resolução de uma tarefa em sala de aula, a aluna Suga insistia na ideia da existência de um método mais simples para ensinar o conteúdo Proporcionalidade Direta, questionando a resolução dos colegas que usavam as estratégias escalar (fator escalar) ou funcional (constante de proporcionalidade).

Numa das aulas, quando os estudantes resolviam tarefas com foco no reconhecimento da existência de proporcionalidade direta entre variáveis, a professora apercebeu-se de uma maior agitação num grupo e foi solicitada a sua presença para esclarecer o grupo sobre a opinião da aluna Suga: “não precisa de olhar nada sobre regularidades, nunca ouvi falar disso! Basta colocar os números um abaixo do outro, dois a dois e multiplicar cruzado que funciona sempre, isso é regra de três!”

A professora alertou o grupo, em particular a aluna Suga, sobre o objetivo da tarefa proposta, mas esta aluna parecia não o compreender e insistia que o seu “método era infalível” e com um sorriso no rosto dizia que a “regra de três é vida, professora!”. A professora percebeu que os estudantes estavam sensíveis ao método de Suga, esquecendo o objetivo da tarefa, pois teriam menos trabalho.

O primeiro problema diz respeito a uma empresa que pretende asfaltar dois troços de uma estrada, um com 20 km e outro com 34 km:

Professora: Então, nós temos 20 mais 34 Km pra asfaltar no Piauí, aí vamos à primeira questão: uma empresa de engenharia que ganhou a licitação dessa obra disse que é capaz de asfaltar 42 Km em 14 dias, quantos dias essa empresa vai gastar pra asfaltar os trechos citados?

Suga: Qual é a pergunta?

Spinardi: Eu não entendi a pergunta direito não.

Professora: Essa empresa asfalta 42 Km em 14 dias.

Suga: Quantos Km ela vai asfaltar? Regra de três! Spinardi faz aí o 34 vezes 14.

Spinardi: Espera!

Professora: Suga, descubra a regularidade, faça, por exemplo, pela redução à unidade.

Suga: Não, regularidade é chato!

Jimin: Dá para dividir o 42 e o 14 por 7; em dois dias asfaltam 6 km. Agora não é só multiplicar por 9 dos dois lados? 6×9 dá 54 então vai ser 18 dias. O que você pensou, Suga?

Suga: Regra de três.

Jimin: Professora, o jeito da Suga é mais prático.

Jimin usou uma estratégia de escalar para resolver o problema e revelou interesse em conhecer o método de Suga, talvez pela forma como ela o caracterizava. Naquele instante, a professora pensou ser necessário intervir porque o seu objetivo era desenvolver o raciocínio proporcional dos estudantes, e o seu propósito parecia estar a ser condicionado por uma regra de cálculo. Assim, a professora pediu a Suga para explicar a “regra de três”, tendo ela referido que em todos os problemas aparecerem três números, que devem ser colocados um ao lado do outro, dois a dois. O terceiro número é escrito em baixo do primeiro, faltando um número, que será designado por “x”. Concluiu a sua explicação com “é só multiplicar cruzado que dá certo e se descobre valor do x”.

No seguimento dessa explicação, a professora pediu ao grupo de estudantes a resolução de dois problemas.

Professora: Um carro percorre um trajeto com velocidade média de 70 km/h em 35 minutos. Quanto tempo gastará pra percorrer esse mesmo trajeto se estiver com uma velocidade de 80 km/h ?

Suga: Coloca o 70 e 35 e depois o 80 e o x e, multiplica cruzado. 70 está para 35 assim como 80 está para x, igual a 40. Viu, deu certo!

(...)

Spinardi: Professora, se a velocidade foi maior, ele não teria que gastar menos tempo para percorrer esse trajeto?

Todos os alunos concordaram com a opinião de Spinardi. Mas, sem qualquer comentário, a professora colocou outro problema:

Professora: Uma pessoa comprou 9 m^2 de cerâmica para reformar o seu quarto que é em forma de um quadrado que tem 3 metros de comprimento de lado. Quantos metros de cerâmica serão necessários para reformar uma sala em formato quadrado cujo comprimento do lado é de 6 metros?

(...)

Suga: Mesma coisa professora, coloca o 9 e o 3 em cima e depois o x e o 6 em baixo. Assim, 9 está para x assim como 3 está para 6 e multiplica cruzado. Dá 18 m^2 ; viu, deu certo. Regra de três é vida, professora!

Jimin: Professora, se a sala é quadrada, não teria que calcular lado \times lado? $6 \text{ m} \times 6 \text{ m}$ dá 36 m^2 . Quem está certo?

Os restantes elementos do grupo concordaram com a explicação do Jimin e a professora explicou que a “regra de três” não pode ser usada na resolução de todos os problemas estereotipados que “apresentam três valores e pedem um quarto valor”, tendo usado os dois problemas como exemplos.

Este episódio de sala de aula que envolveu um grupo de estudantes foi gravado e reproduzido em vídeo, tendo recebido a designação “A regra de três e o raciocínio proporcional”. Os áudios gravados para o vídeo são dos próprios estudantes.

Na aula seguinte, após o visionamento da vídeo-aula em casa, realizou-se uma discussão em grande grupo que finalizou com a redação de um comentário, pelos estudantes, sobre o que tinham aprendido com a vídeo-aula:

Resposta 1: Entendi que nem sempre a gente tem que usar a regra de três e que nem sempre vai funcionar, por isso a gente tem que pensar.

Resposta 2: Aprendi que a regra de três só funciona se as grandezas forem proporcionais. Se não houver regularidade, não há proporcionalidade.

Resposta 3:

Aprendi com o vídeo algo que não sabia e não estava acostumada a fazer, observar em quais situações usamos a regra de três, pois quando aprendi, apenas aplicávamos a regra sem fazer nenhuma objeção, passando exercícios que apenas se encaixam nesse método.

Para utilizar a regra de três, precisamos observar se as grandezas que estão sendo trabalhadas são proporcionais, se relacionam com regularidade. Caso contrário, a regra não poderá ser aplicada. Além disso, consegui entender de onde vem a regra de três; seus fundamentos e sua origem. E que também, muitos professores acabam ensinando de forma “errada” como esse método deve ser usado.

Figura 1. Registro escrito de Suga

Os três estudantes revelam ter compreendido que existe a regra de três, mas que esta só é aplicável quando as grandezas são diretamente proporcionais.

Este episódio, que não estava previsto na unidade didática, revela a importância de levar os estudantes a resolver problemas com compreensão, experienciando situações em que o uso de regras culturalmente aceites, são ineficazes. Assim, os estudantes percebem que as regras não devem ser usadas indiscriminadamente com base num pressuposto simplista, como o tipo de problema. O episódio SAI permitiu alargar a

discussão do grupo à sala de aula, na qual a professora explicou a “regra de três” através da exploração das relações multiplicativas inerentes à relação de proporcionalidade direta. Posteriormente, “regra de três é vida!” tornou-se motivo de alguns risos teatrais e boas lembranças escolares.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A investigação em sala de aula é uma tarefa complexa e única, pois nela participam vários atores que de forma planeada, mas também incerta, interferem no ensino e aprendizagem. A unidade didática com vista ao desenvolvimento do raciocínio proporcional, levando os estudantes a saber distinguir relações de proporcionalidade direta de outras que o não são e a resolver problemas com compreensão, usando estratégias escalares (fator escalar) e funcionais (constante de proporcionalidade), foi alterada para contemplar episódios reais de sala de aula nos quais os estudantes apresentam tarefas, resoluções e dúvidas.

Neste artigo, apresentámos um episódio que revela como o uso de uma regra sem compreensão e a convicção da sua eficácia por parte de uma estudante pode condicionar a aprendizagem para o desenvolvimento do raciocínio proporcional. Apesar da cultura da sala de aula estar centrada na aprendizagem com compreensão, é provável que os restantes estudantes tivessem optado pelo uso da “regra de três” apresentada por uma estudante recém ingressada na turma, optando pelo “ser mais prático” em vez da resolução dos problemas com compreensão. De facto, sem a intervenção da professora, o uso de uma regra, culturalmente aceite como infalível, poderia ter afastado o grupo de estudantes dos objetivos da unidade didática. Suga revelou conhecer o procedimento de cálculo da “regra de três”, que usa sem questionar a sua aplicabilidade, pois não aprecia os acontecimentos descritos nos problemas. A construção da vídeo-aula e o seu visionamento levou os estudantes a aprofundar aspetos do seu raciocínio proporcional, pois mostraram perceber que a “regra de três” só pode ser usada quando reconhecem a existência da relação de proporcionalidade direta.

Na nossa opinião, o desenvolvimento do raciocínio proporcional dos estudantes é fundamental nas aprendizagens de vários conteúdos matemáticos e de outras ciências, pelo que a aprendizagem do conteúdo proporcionalidade direta não pode ser reduzida ao uso da “regra de três”, criando a ilusão de que todos os acontecimentos envolvem uma relação de proporcionalidade direta e a de facilidade e eficácia. Uma unidade didática que visa o desenvolvimento do raciocínio proporcional deve levar os estudantes a explorar as regularidades multiplicativas da relação de proporcionalidade direta.

Referências

- Avelar, P. (2018). *Sala de Aula Invertida na Educação Matemática: Uma Experiência com Alunos do 9.º ano no ensino de proporcionalidade*. Dissertação de Mestrado. Promestre. Faculdade de Educação. Universidade Federal de Minas Gerais Universidade Federal de Minas Gerais.
- Behr, M., Harel, G., Post, T., & Lesh, R. (1992). Rational number, ratio and proportion. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 296–333). New York: MacMillan.
- Bergmann, J., & Sams, A. (2016). *A Sala de Aula Invertida: Uma metodologia ativa de aprendizagem*. Lisboa: Editora Portuguesa de Livros Técnicos e Científicos.
- Brame, C (2013) *Flipping the classroom*. *Vanderbilt University Center of Teaching*. Disponível em <https://cft.vanderbilt.edu/guides-subpages/flipping-the-classroom/> acesso em junho 2017.
- Karplus, R., Steven, P., & Stage, E. (1983). Proportional reasoning of early adolescents. In R. Lesh e M. Landau (Eds.). *Acquisition of mathematical concepts and processes* (pp. 45-90). Orlando: Academic Press.
- Lamon, S. J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning. In F. K. Lester, Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 629–667). Charlotte, NC: Information Age.
- Miranda, J. A. (2016). *Desenvolvimento do raciocínio proporcional: uma sequência didática para o sexto ano do ensino*. Dissertação de Mestrado Profissional, Universidade Federal de Uberlândia.
- Ponte, J. P., Silvestre, A. I., Garcia, C., & Costa, S. (2010). *O desenvolvimento do conceito de proporcionalidade direta pela exploração de regularidades*. Projeto IMLNA Promover a Aprendizagem Matemática em Números e Álgebra.
- Silvestre, A. I. (2012). *O desenvolvimento do raciocínio proporcional: Trajetórias de aprendizagem de alunos do 6.º ano de escolaridade*. Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa.
- Valente, J. (2014). *Aprendizagem Ativa no Ensino Superior: a proposta da sala de aula invertida*. Departamento de Multimeios, NIED e GGTE - Unicamp & Ced-PucSP. São Paulo.
- Rios, M. (2017). *Sala de aula invertida: uma abordagem pedagógica no ensino superior no Brasil*. Dissertação de Mestrado em Tecnologias, Comunicação e Educação, Universidade Federal de Uberlândia.

PETRINA AVELAR

ESCOLA MUNICIPAL MINERVINA AUGUSTA, BELO HORIZONTE

DIOGO FARIA

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS, BELO HORIZONTE

TERESINHA FUMI KAWASAKI

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS, BELO HORIZONTE